

## Questão I

Determine as projecções da recta **b** paralela ao plano **α** e ao plano bissector dos diedros pares (**β<sub>24</sub>**).

### Dados:

- o plano **α** é definido pelas rectas **r** e **s**, concorrentes no ponto **R(5; 3; 2)**;
- o ponto **H**, traço horizontal da recta **r**, tem **9** de abscissa e **7** de afastamento;
- a recta **s** é passante e a sua projecção horizontal faz um ângulo de  $30^\circ$ , de abertura para a esquerda, com o eixo **x**;
- a recta **b** contém o ponto **B(-5 3; 2)**.

Como se sabe, uma recta é paralela a um plano se for paralela a uma qualquer recta desse plano.

Aplicando esta condição a este problema podemos dizer que a recta **b** será paralela ao plano **α** se for paralela a uma recta que exista no plano **α** e será paralela ao plano **β<sub>24</sub>** se for paralela a uma recta do **β<sub>24</sub>**.

E a recta **b** será, como se pede, paralela, simultaneamente, aos planos **α** e **β<sub>24</sub>** se for paralela a uma recta situada, simultaneamente, nestes planos. Como a única recta que pertence simultaneamente a dois planos não coincidentes é a sua recta de intersecção, a conclusão é fácil: a recta **b** será paralela aos dois planos **α** e **β<sub>24</sub>** se for paralela à recta de intersecção entre este planos.

### Desenvolvimento da resolução

#### 1. Colocação dos dados.

**1.1.** Desenharam-se as projecções dos pontos **R** e **H** e da recta **r** que estes dois pontos definem.

**1.2.** Desenha-se a projecção horizontal da recta **s** a passar na projecção horizontal do ponto **R** e com a direcção indicada ( $30^\circ$ , de abertura para a esquerda, com o eixo **x**).

**1.3.** A projecção frontal, **s<sub>2</sub>**, da recta **s** contém a projecção frontal do ponto **R** e intersecta a projecção horizontal, **s<sub>1</sub>**, sobre o eixo **x** (por **s** ser uma recta passante).

### 2. Processo de resolução

**2.1.** Determinam-se as projecções do ponto **I<sub>r</sub>**, o traço no **β<sub>24</sub>** da recta **r**. Este ponto está na intersecção das duas projecções da recta.

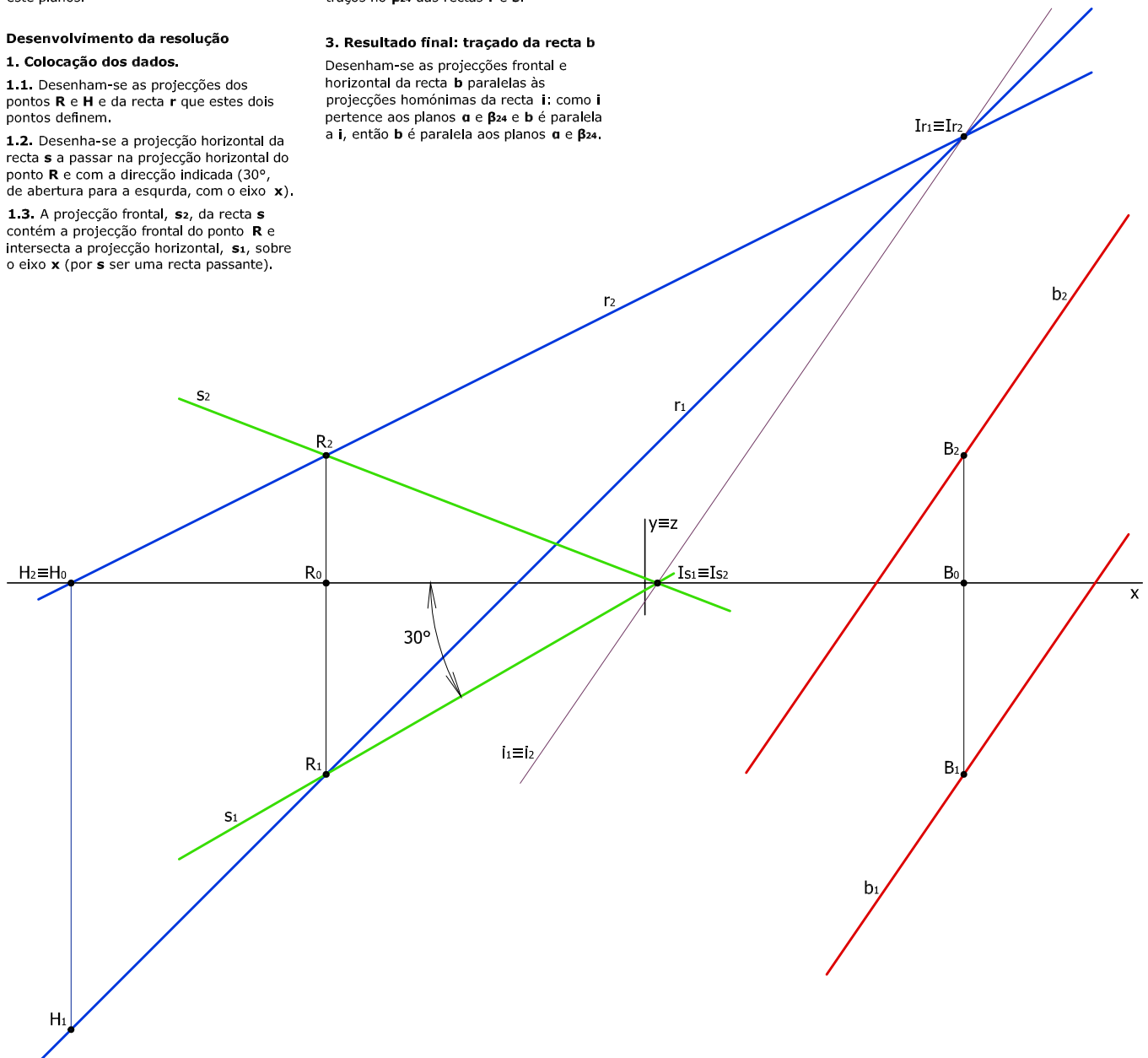
**2.2.** Determinam-se as projecções do ponto **I<sub>s</sub>**, o traço no **β<sub>24</sub>** da recta **s**. Porque **s** é uma recta passante, **I<sub>s</sub>** situa-se sobre o eixo **x**.

**2.3.** Os pontos **I<sub>r</sub>** e **I<sub>s</sub>** definem a recta **i**. Esta recta é a recta de intersecção entre os planos **α** e **β<sub>24</sub>**:

- pertence ao plano **α** porque **I<sub>r</sub>** e **I<sub>s</sub>** pertencem, respectivamente às rectas concorrentes **r** e **s** que definem o plano **α**;
- pertence ao **β<sub>24</sub>** porque **I<sub>r</sub>** e **I<sub>s</sub>** são os traços no **β<sub>24</sub>** das rectas **r** e **s**.

### 3. Resultado final: traçado da recta b

Desenharam-se as projecções frontal e horizontal da recta **b** paralelas às projecções homónimas da recta **i**: como **i** pertence aos planos **α** e **β<sub>24</sub>** e **b** é paralela a **i**, então **b** é paralela aos planos **α** e **β<sub>24</sub>**.



## EXAME NACIONAL

11<sup>o</sup>/12<sup>o</sup> ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

## PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A

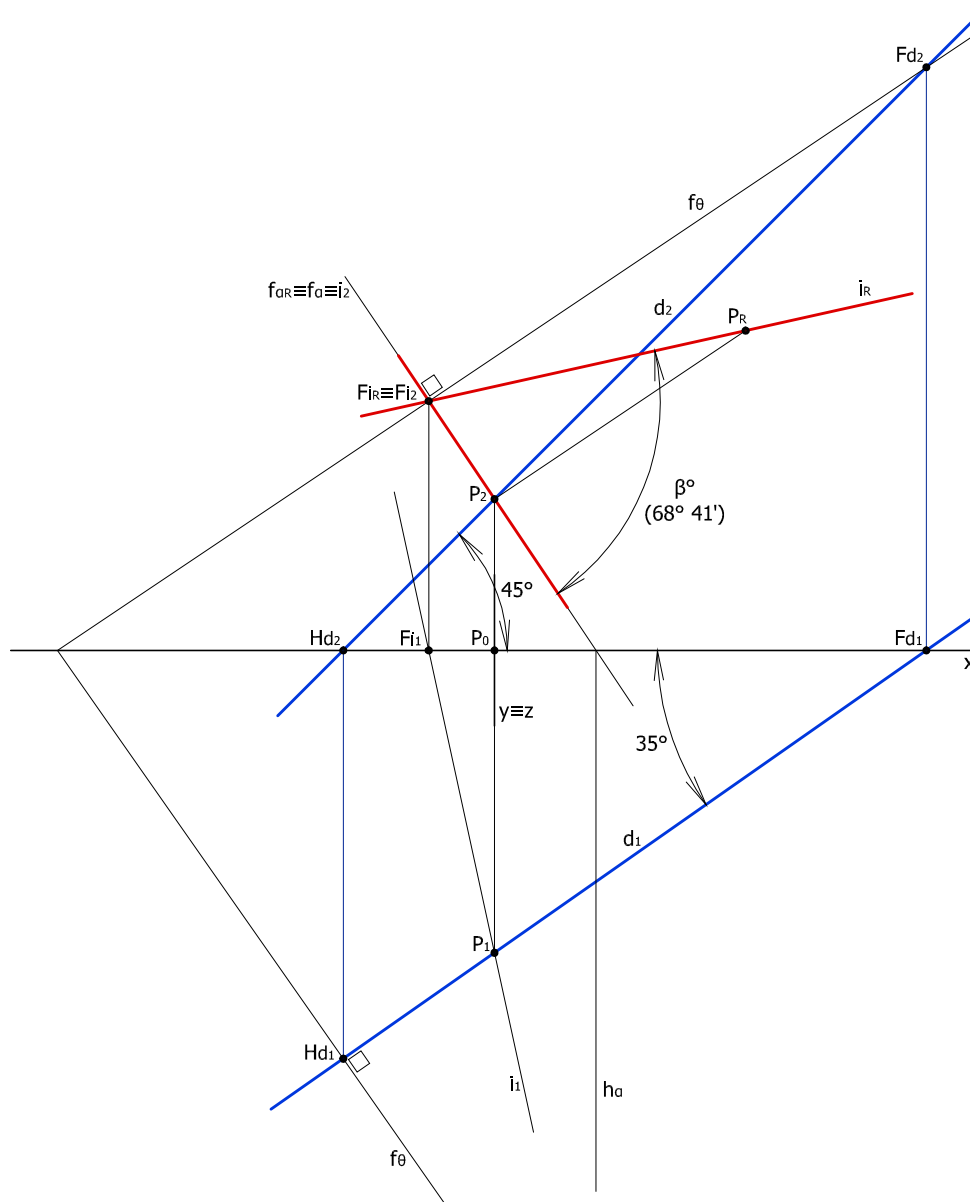
PROVA **708/2<sup>a</sup>** FASE  
2008

## EXAME NACIONAL

11º/12º ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

## PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A

PROVA 708/2ª FASE  
2008



### Questão II

Determine graficamente a amplitude do ângulo entre o plano oblíquo  $\theta$  e o plano frontal de projecção.

#### Dados:

- o plano  $\theta$  é definido pela recta  $d$ , uma recta de maior declive que contém o ponto  $P(0; 4; 2)$ ;
- a projecção horizontal da recta  $d$  faz um ângulo de  $35^\circ$ , de abertura para a esquerda, com o eixo  $x$  e a sua projecção frontal faz um ângulo de  $45^\circ$ , de abertura para a direita, com o mesmo eixo.

A amplitude do rectilíneo do diedro entre dois planos pode ser determinada desenhando um outro plano, auxiliar, perpendicular aos dois planos dados e determinando, depois, a amplitude do ângulo entre as rectas de intersecção do plano auxiliar com cada um dos planos dados.

No caso particular de um dos planos dados ser o plano frontal de projecção, o plano auxiliar será um plano de topo e a recta de intersecção do plano de topo com o plano oblíquo dado será uma recta de maior inclinação do plano oblíquo. E a amplitude do ângulo que se quer será a amplitude do ângulo entre a recta de maior inclinação e a sua projecção frontal.

Assim, o percurso da execução da resolução começará por se desenhar uma recta de maior inclinação do plano  $\theta$  e, depois, determinar o ângulo que se referiu.

#### Desenvolvimento da resolução

##### 1. Colocação dos dados.

Marcam-se as projecções do ponto  $P$  e desenham-se as projecções da recta  $d$  com os ângulos, em relação a  $x$ , indicados.

##### 2. Processo de resolução

2.1. Determina-se os traços frontal e horizontal da recta  $d$  ( $H_d$  e  $F_d$ ).

2.2. Desenha-se  $h_\theta$ , o traço horizontal de plano  $\theta$ , a passar em  $H_{d1}$  e perpendicular a  $d_1$  (é esta a relação entre o traço horizontal de um plano e a projecção horizontal das rectas de maior declive desse plano).

2.3. Desenha-se  $f_\theta$ , o traço frontal de plano  $\theta$ , a passar em  $F_{d2}$  e intersectando  $h_\theta$  em  $x$ .

2.4. Desenharam-se as projecções de uma recta de maior Inclinação do plano. Começa-se por desenhar a sua projecção frontal,  $i_z$ , perpendicular  $f_\theta$ . Na resolução apresentada optou-se por fazer passar esta recta no ponto  $P$ . Depois de determinar as projecções do traço frontal da recta  $i$  ( $F_{i2}$  e  $F_{i1}$ ) desenha-se  $i_1$  que contém  $F_{i1}$  e  $P_1$ .

2.4. Desenha-se o plano de topo  $\alpha$  a conter a recta  $i$  ( $f_\alpha = i_z$  e  $h_\alpha$  perpendicular a  $x$ ).

2.5. Rebate-se o plano de topo  $\alpha$  e a recta  $i$ . Fez-se este rebatimento sobre o plano frontal de projecção utilizando, como charneira, o traço frontal de  $\alpha$ .

Sendo  $f_\alpha$  a charneira,  $f_{\alpha R}$  vai coincidir, naturalmente, com  $f_\alpha$ . E a recta  $i$  foi rebatida utilizando dois dos seus pontos,  $F_i$  e  $P$ :  $F_{iR} = F_{i2}$ , por ser um ponto da charneira, e  $P_R$  obtém-se marcando o valor do afastamento de  $P$  sobre uma perpendicular à charneira.

#### 3. Resultado final: ângulo entre $\theta$ e $\phi_0$

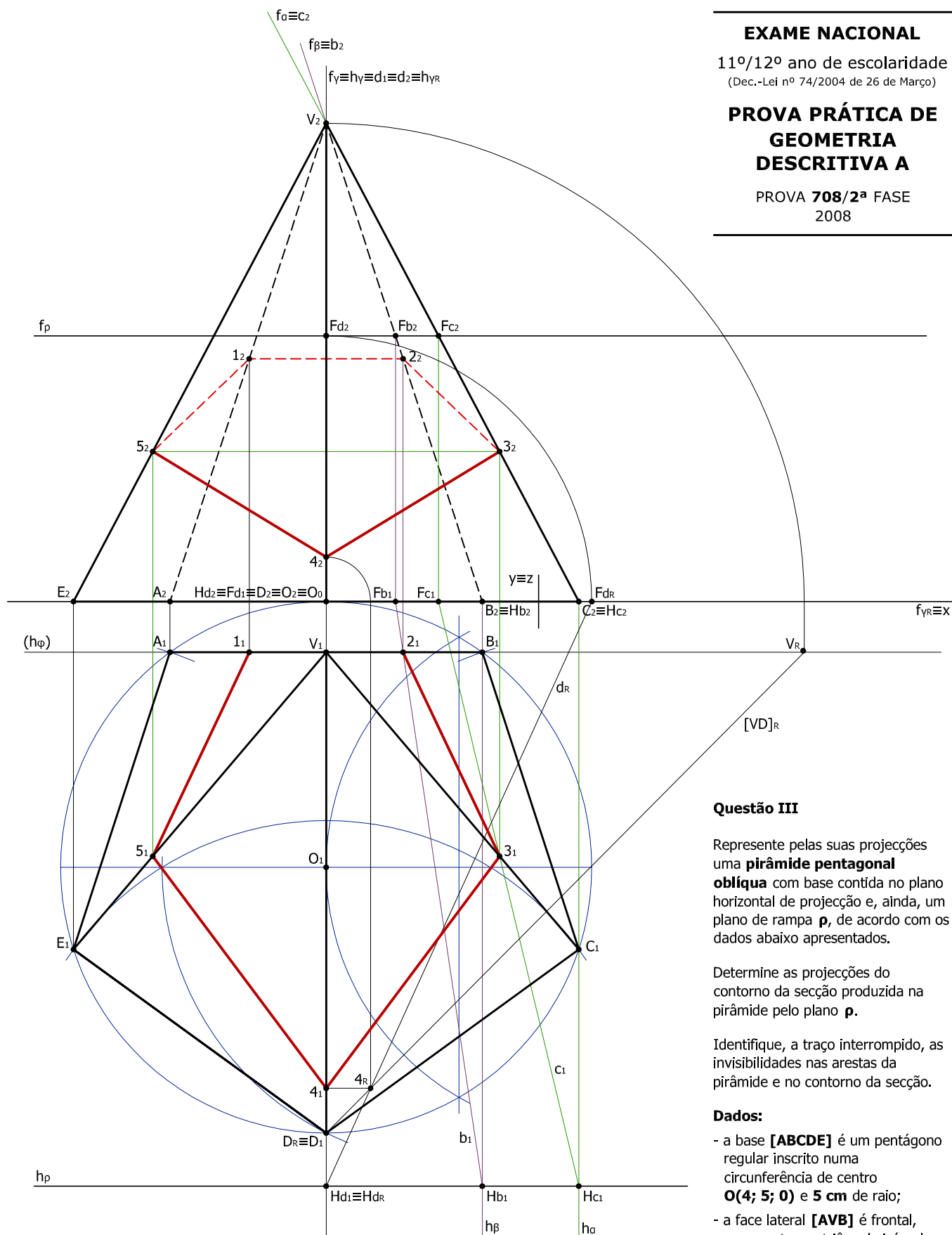
A medida da amplitude do rectilíneo do diedro entre os planos  $\theta$  e  $\phi_0$  está, na sua verdadeira grandeza, na amplitude do ângulo  $i_R$  e  $i_z$ .

# EXAME NACIONAL

11º/12º ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

## PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A

PROVA 708/2ª FASE  
2008



### Questão III

Represente pelas suas projecções uma **pirâmide pentagonal oblíqua** com base contida no plano horizontal de projecção e, ainda, um plano de rampa **p**, de acordo com os dados abaixo apresentados.

Determine as projecções do contorno da secção produzida na pirâmide pelo plano **p**.

Identifique, a traço interrompido, as invisibilidades nas arestas da pirâmide e no contorno da secção.

### Dados:

- a base **[ABCDE]** é um pentágono regular inscrito numa circunferência de centro **O(4; 5; 0)** e **5 cm** de raio;
- a face lateral **[AVB]** é frontal, representa um triângulo isósceles, e os vértices **A** e **B**, da base, são os de menor afastamento;
- o vértice **V** da pirâmide tem **9** de cota;
- o traço horizontal do plano **p** tem **11** de afastamento e o seu traço frontal tem **5** de cota.

#### Questão IV

Construa uma representação axonométrica oblíqua (clinogonal), em perspectiva cavaleira, de um sólido composto por **dois cilindros de revolução**, de acordo com os dados abaixo apresentados.

Ponha em destaque, no desenho final, **apenas** o traçado das linhas **visíveis** do sólido resultante.

#### Dados

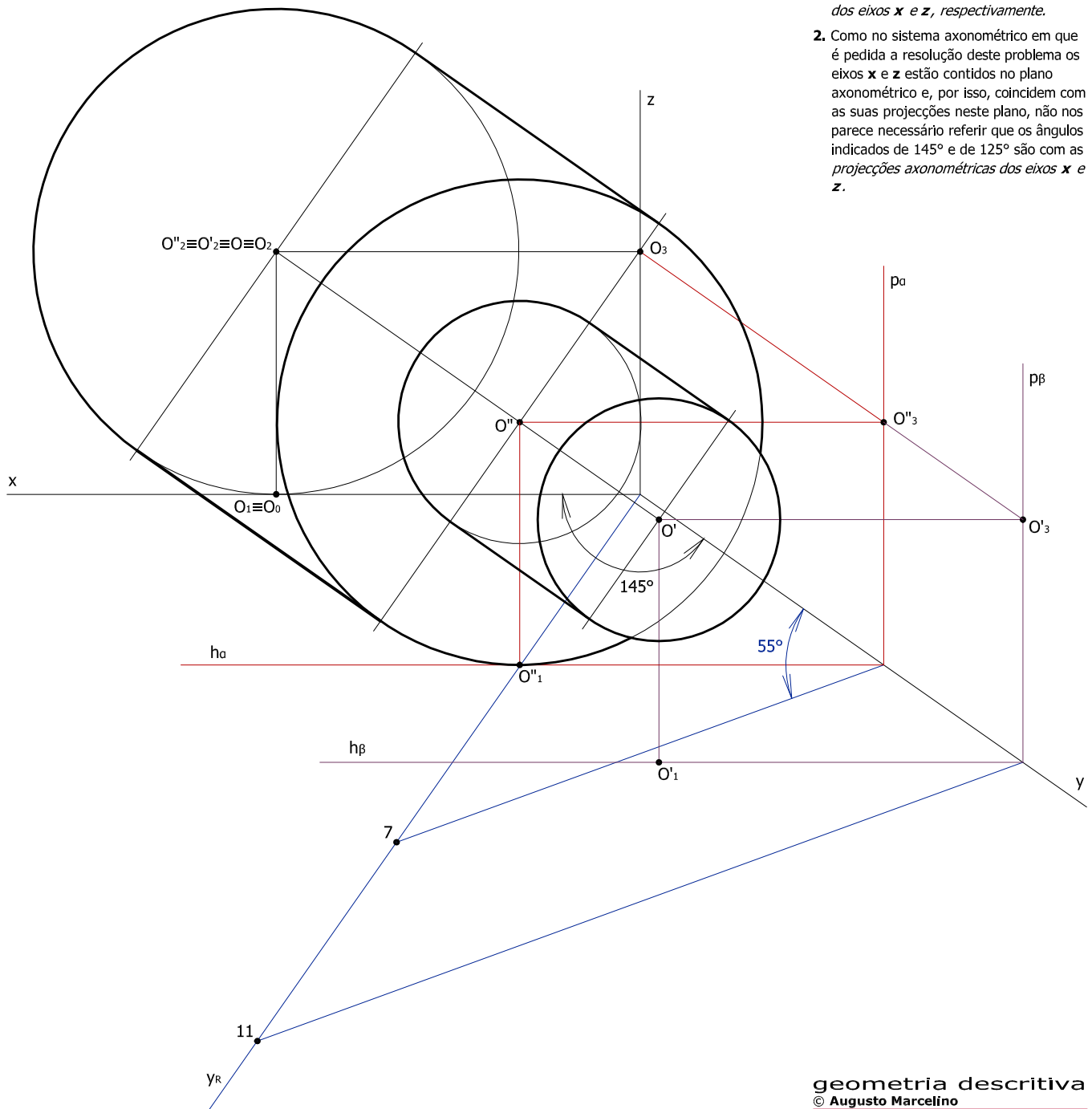
##### Sistema axonométrico:

- o eixo axonométrico **y** faz ângulos de  $145^\circ$  e de  $125^\circ$  com os eixos **x** e **z**, respectivamente;
- as projectantes fazem ângulos de  $55^\circ$  com o plano axonométrico.

(Considere os eixos orientados em sentido directo: o eixo **z**, vertical, orientado positivamente, de baixo para cima, e o eixo **x**, orientado positivamente, da direita para a esquerda.)

##### Cilindros:

- os dois sólidos têm as bases paralelas ao plano coordenado **zx**;
- o ponto **O(6; 0; 4)** é o centro de uma das bases de um cilindro que tem **7 cm** de altura e que é tangente ao plano coordenado **xy**;
- o ponto **O'(6; 11; 4)** é o centro de um círculo com **2 cm** de raio que é a base de maior afastamento de outro cilindro que tem **4 cm** de altura.



#### EXAME NACIONAL

11<sup>o</sup>/12<sup>o</sup> ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

#### PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A

PROVA **708/2<sup>a</sup>** FASE  
2008

##### Nota ao enunciado

O texto refere, nos **Dados** e em relação ao **Sistema axonométrico**, " - o eixo axonométrico **y** faz ângulos de  $145^\circ$  e de  $125^\circ$  com os eixos **x** e **z**, respectivamente; ". Mas:

1. Como estamos num sistema em que os eixos **x**, **y** e **z** são ortogonais entre si, os ângulos entre qualquer par destes eixos é  $90^\circ$ . Por isso, o que se julga que se quer dizer no enunciado é: *A parte positiva da projecção do eixo **y** no plano axonométrico faz ângulos de  $145^\circ$  e de  $125^\circ$  com as partes positivas dos eixos **x** e **z**, respectivamente.*
2. Como no sistema axonométrico em que é pedida a resolução deste problema os eixos **x** e **z** estão contidos no plano axonométrico e, por isso, coincidem com as suas projecções neste plano, não nos parece necessário referir que os ângulos indicados de  $145^\circ$  e de  $125^\circ$  são com as *projecções axonométricas dos eixos **x** e **z**.*