

**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10<sup>o</sup> e 11<sup>o</sup> anos de escolaridade  
(Dec.-Lei n<sup>o</sup> 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1<sup>a</sup> FASE  
2011

**1.**

Determine as projecções do ponto **I**, traço da recta **b** no plano bissector dos diedros pares ( $\beta_{24}$ ).

**Dados**

- a recta **b** é paralela ao plano  $\delta$ ;
- a recta **b** contém o ponto **P(-7; 7; -2)**;
- a projecção horizontal da recta **b** faz um ângulo de 45°, de abertura para a direita, com o eixo **x**;
- o plano  $\delta$  está definido pelos pontos **R(3; 6; 3)**, **S(0; 6; 5)** e **T(-3; 1; 5)**.

A recta **b** será paralela ao plano  $\delta$  se for paralela a uma recta deste plano. Assim, começa por desenhar-se uma recta no plano  $\delta$  com as características da recta **b** e só depois se pode desenhar a recta **b**. E, tendo as projecções da recta **b**, determina-se o seu traço no  $\beta_{24}$ .

**1. Colocação dos dados.**

- Marcam-se as projecções dos pontos **P**, **R**, **S** e **T**.
- Desenha-se, a passar em **P<sub>1</sub>**, a projecção horizontal, **b<sub>1</sub>**, da recta **b**.

**2. Processo de resolução.**

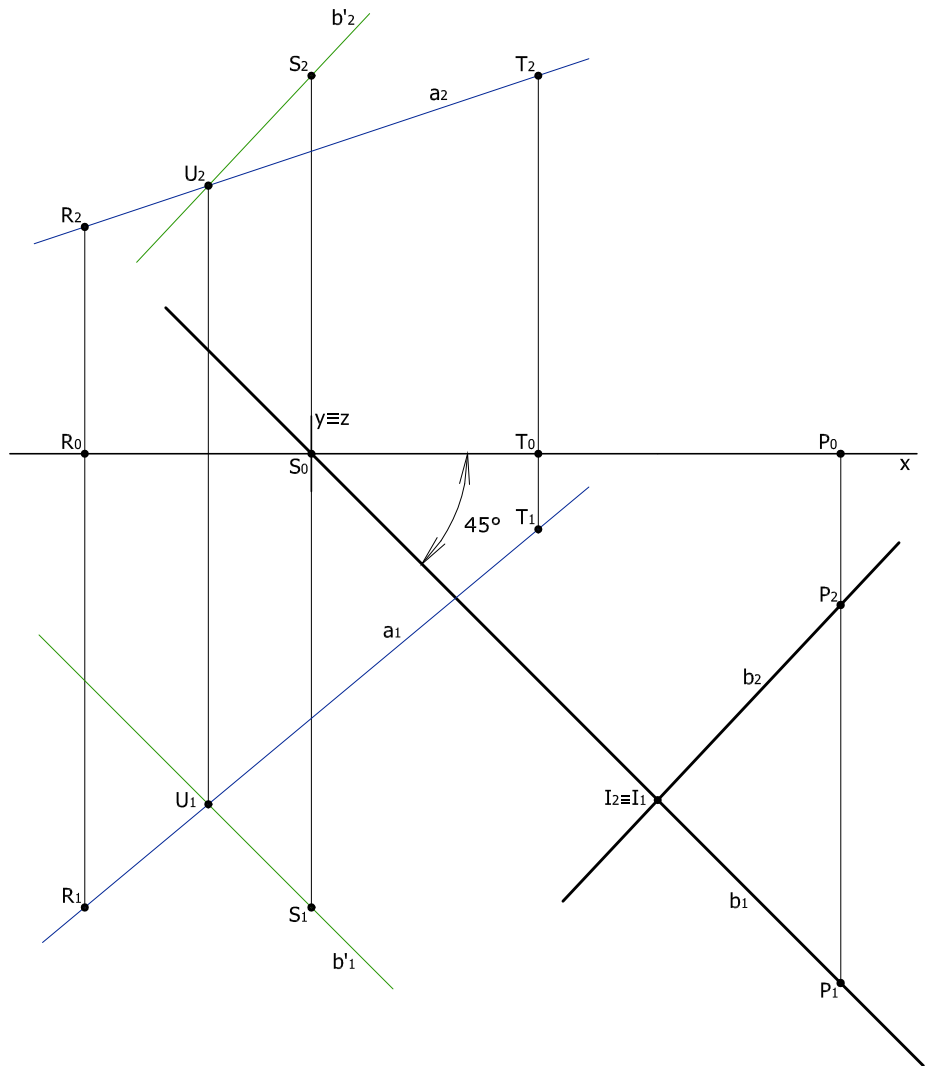
**2.1.** Define-se o plano  $\delta$  por duas rectas: uma, **a**, a passar nos pontos **R** e **T**; outra, **b'**, a passar em **S**, concorrente com a recta **a** no ponto **U** e tendo a projecção horizontal paralela à projecção horizontal da recta **b** pedida.

(o plano  $\delta$  poderá ser definido por outras rectas, utilizando os pontos **R**, **S** e **T**. Ou, até, pelos seus traços nos planos de projecção. O modo aqui proposto é o que tem menor volume de traçados).

**2.2.** Desenha-se, a passar em **P<sub>2</sub>**, a projecção frontal da recta **b**, **b<sub>2</sub>**, paralela a **b'<sub>2</sub>**.

**3. Resultado final.**

Determinam-se as projecções do ponto **I**, traço no  $\beta_{24}$  da recta **b**, que se situa no cruzamento das duas projecções da recta.



**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10<sup>o</sup> e 11<sup>o</sup> anos de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

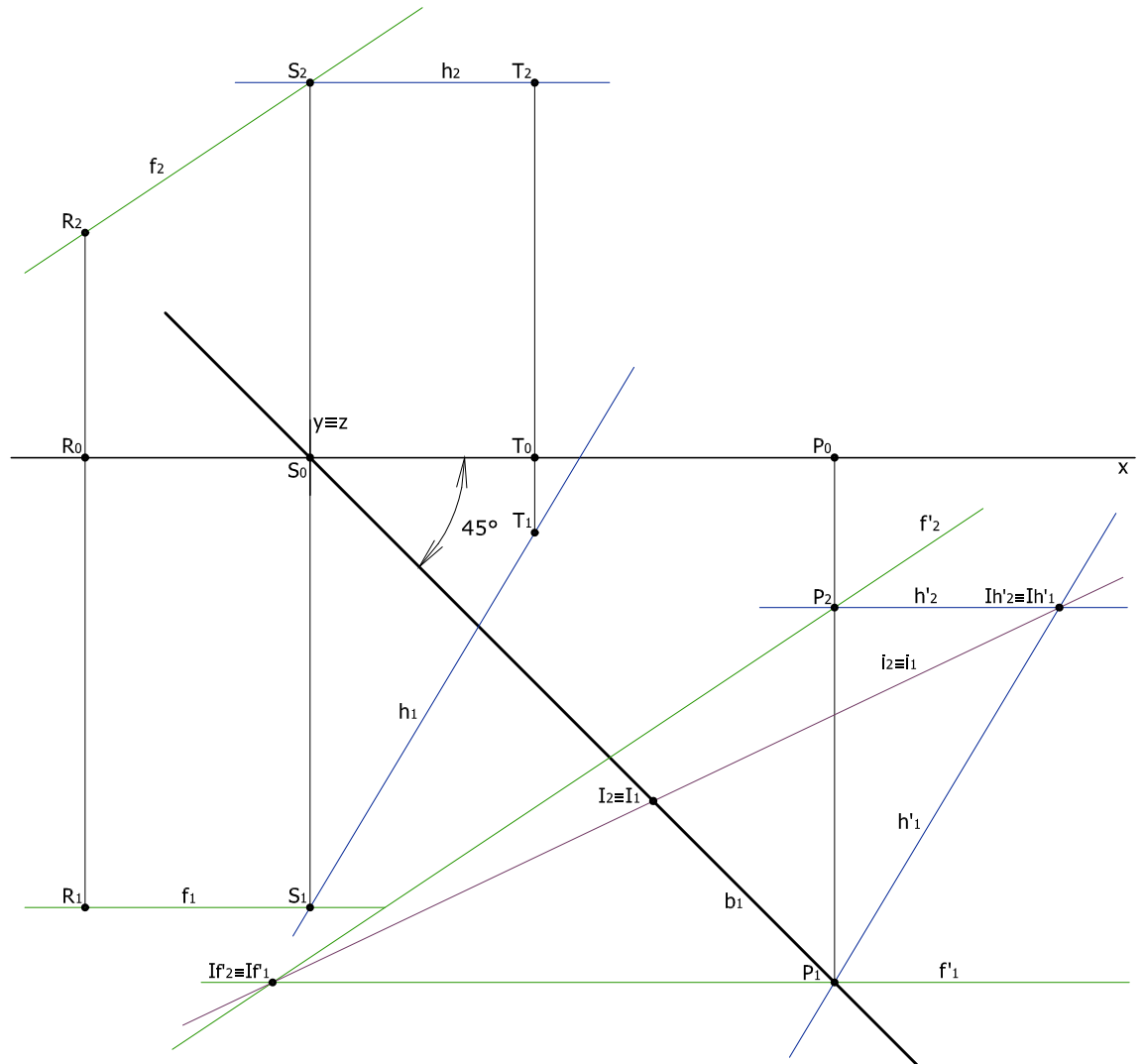
PROVA 708/1<sup>a</sup> FASE  
2011

**1.**

Determine as projecções do ponto **I**, traço da recta **b** no plano bissector dos diedros pares ( $\beta_{24}$ ).

**Dados**

- a recta **b** é paralela ao plano  $\delta$ ;
- a recta **b** contém o ponto **P(-7; 7; -2)**;
- a projecção horizontal da recta **b** faz um ângulo de 45°, de abertura para a direita, com o eixo **x**;
- o plano  $\delta$  está definido pelos pontos **R(3; 6; 3)**, **S(0; 6; 5)** e **T(-3; 1; 5)**.



A recta **b** será paralela ao plano  $\delta$  se pertencer a um plano,  $\delta'$ , que seja paralelo ao plano  $\delta$ . Assim, desenha-se, a passar num ponto da recta **b**, o plano  $\delta'$  e determina-se o seu traço no  $\beta_{24}$ . Esta recta **i** de intersecção entre  $\delta'$  e o  $\beta_{24}$  vai intesectar **b** no ponto **I** pedido.

E, pensado deste modo, nem é necessária a segunda projecção da recta **b** para lhe determinar o traço no  $\beta_{24}$ .

**1. Colocação dos dados.**

- Marcam-se as projecções dos pontos **P**, **R**, **S** e **T**.
- Desenha-se, a passar em **P**<sub>1</sub>, a projecção horizontal, **b**<sub>1</sub>, da recta **b**.

**2. Processo de resolução.**

**2.1.** Define-se o plano  $\delta'$  por duas rectas quaisquer que resultem da união dos pontos **R**, **S** e **T**. Escolheu-se, na proposta de resolução apresentada, definir a recta **f** pelos pontos **R** e **S** e a recta **h** pelos pontos **S** e **T**.

**2.2.** Desenha-se, a passar em **P**, duas rectas, **h'** e **f'**, paralelas às rectas **h** e **f**: ficamos com o plano  $\delta'$  paralelo ao plano  $\delta$ .

**2.3.** Determina-se o traço no  $\beta_{24}$  da recta **h'** e da recta **f'**, **Ih'** e **If'** respectivamente.

**2.4.** Desenham-se as projecções da recta **i** definida pelos pontos **Ih'** e **If'**. Esta recta é o traço no  $\beta_{24}$  do plano  $\delta'$  e contém o traço no  $\beta_{24}$  de todas as rectas deste plano. O traço no  $\beta_{24}$  da recta **b** situa-se sobre esta recta **i**.

**3. Resultado final.**

Determinam-se as projecções do ponto **I**, o traço no  $\beta_{24}$  da recta **b**, que se situa no cruzamento das duas projecções da recta **i** com a projecção horizontal da recta **b**.

**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10<sup>o</sup> e 11<sup>o</sup> anos de escolaridade  
(Dec.-Lei n<sup>o</sup> 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1<sup>a</sup> FASE  
2011

**2.**

Determine, graficamente, a amplitude do ângulo formado pelas rectas **a** e **p**.

**Dados**

- as rectas **a** e **p** são concorrentes no ponto **C(0; 4; 5)**;
- o ponto **F**, traço frontal da recta **a**, tem **8** de abscissa e **-3** de cota;
- a recta **p** é de perfil;
- o ponto **H**, traço horizontal da recta **p**, tem **8** de afastamento.

A dimensão real do ângulo entre duas rectas obtém-se colocando ou horizontal ou frontal o plano que as duas rectas definem. Na resolução apresentado colocou-se horizontal, com cota **0**, o plano definido pelas rectas **a** e **p**.

**1. Colocação dos dados.**

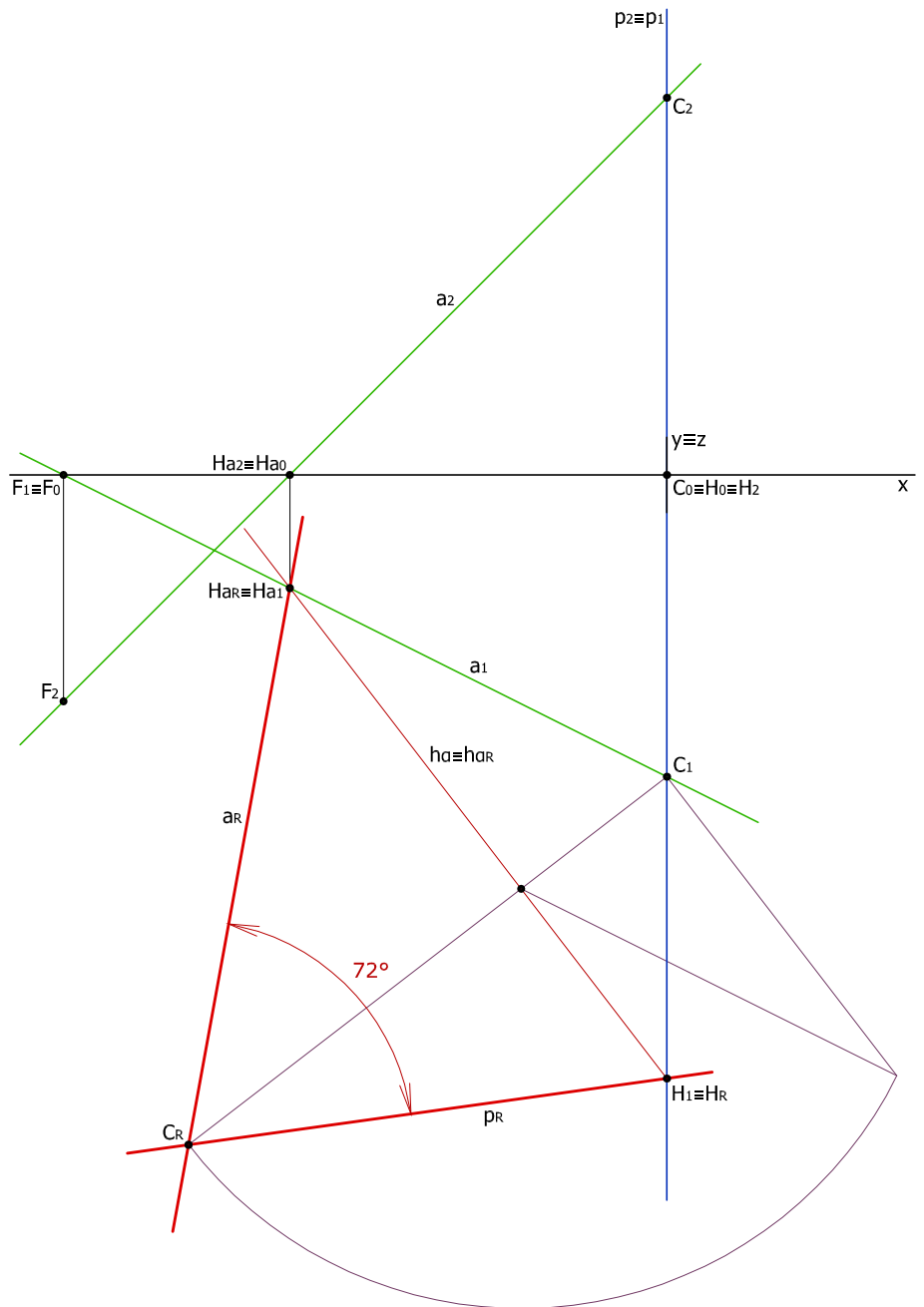
- Marcam-se as projecções dos pontos **C** e **F**. Este, por ser o traço frontal de uma recta, tem afastamento **0**.
- Desenharam-se as projecções da recta **p** que contém **C**.
- Marcam-se as projecções do ponto **H**, o traço horizontal da recta **p**.
- Desenharam-se as projecções da recta **a** que contém os pontos **C** e **F**.

**2. Processo de resolução.**

- 2.1. Determina-se o traço horizontal da recta **a**.
- 2.2. Desenha-se o traço horizontal, **ha**, do plano definido pelas rectas **a** e **p**, unindo **Ha1** com **Hp1**.
- 2.3. Rebate-se o plano **a** e as rectas **a** e **p** sobre o plano horizontal de projecção tendo **ha** como charneira: **ha**≡**haR**; **C** rebate-se com o triângulo de rebatimento; **Ha1**≡**HaR** e **Ha1**≡**HaR** porque são pontos da charneira.

**3. Resultado final.**

Determina-se a dimensão real do ângulo pedido: é o ângulo entre **ar** e **pr**.



**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10<sup>o</sup> e 11<sup>o</sup> anos de escolaridade  
(Dec.-Lei n<sup>o</sup> 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1<sup>a</sup> FASE  
2011

**1. Colocação dos dados.**

- Marcam-se as projecções dos pontos **A** e **O'**.
- Desenha-se **ha**, o traço horizontal do plano **α**, a fazer 40°, de abertura para a direita, com o eixo **x** e a passar em **A<sub>1</sub>** porque a base **[ABC]** pertence a **α** e **A** tem cota **0**.
- Desenha-se **fa** a fazer 40°, de abertura para a direita, com o eixo **x** porque o plano é perpendicular ao **β<sub>13</sub>**.

**2. Processo de resolução.**

**2.1.** Desenha-se, a passar em **O'**, a recta **p** perpendicular ao plano **α**. Esta recta vai conter o eixo do prisma porque, tratando-se de um prisma recta, o eixo é perpendicular aos planos das bases.

**2.2.** Determina-se o ponto de intersecção, **O**, entre a recta **p** e o plano **α**.

Recorreu-se, para isso, ao processo de determinação do ponto de intersecção entre uma recta e um plano:

- contém-se a recta **p** por um plano auxiliar, tendo-se usado um plano de topo, **δ**, na resolução apresentada;
- determinam-se as projecções da recta de intersecção, **i**, entre os planos **δ** e **α**;
- determinam-se as projecções do ponto **O** na intersecção entre as rectas **p** e **i**.

**2.3.** Rebate-se o plano **α**, o ponto **O** e o ponto **A**. Fez-se este rebatimento sobre o plano horizontal de projecção tendo **ha** como charneira.

**2.4.** Desenha-se, com centro em **O<sub>R</sub>** e raio **[O<sub>R</sub>A<sub>R</sub>]**, a circunferência que vai circunscrever a base **[ABC]** rebatida.

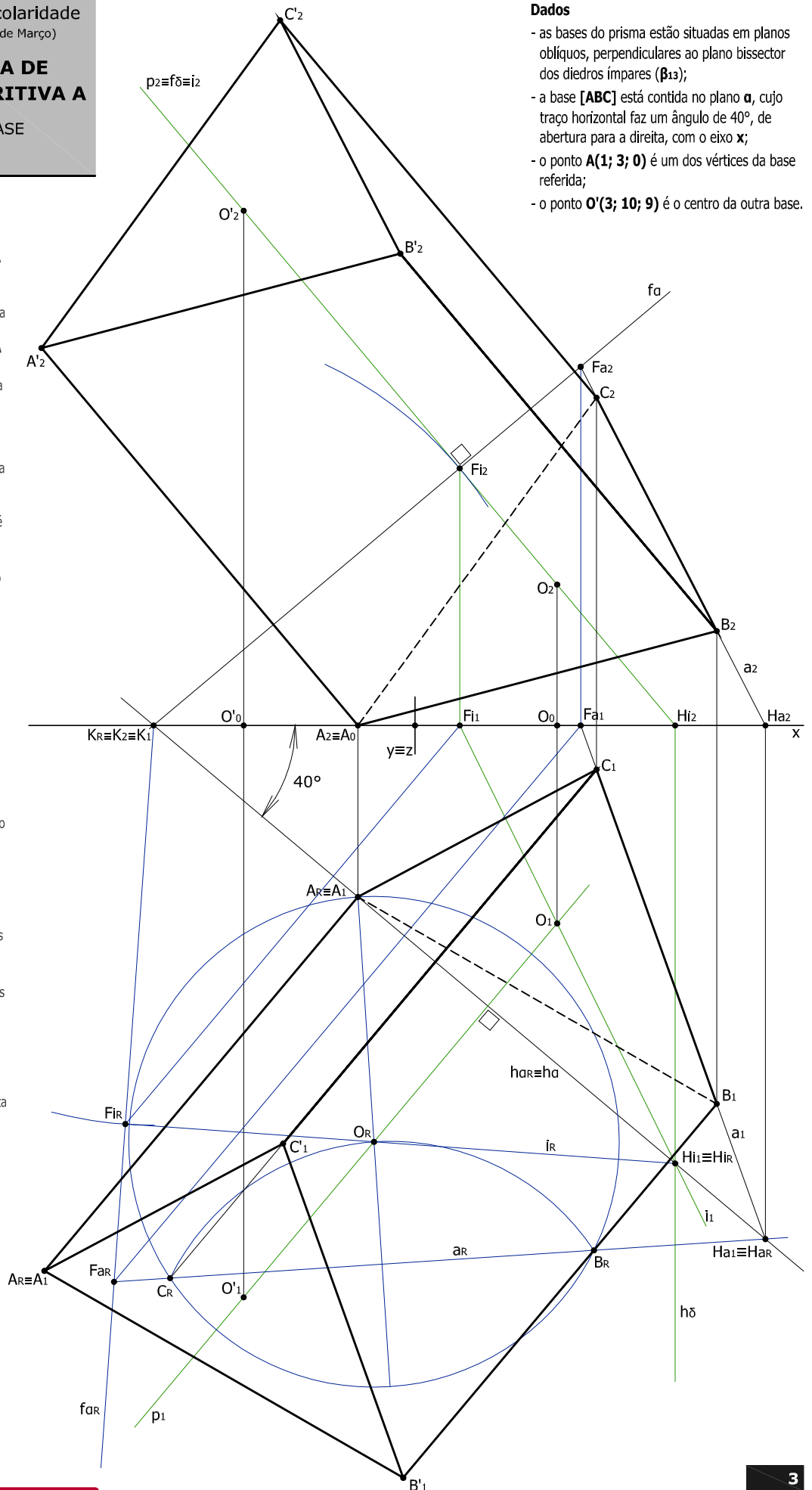
**2.5.** Determinam-se, em rebatimento, os vértices **B** e **C** dessa base.

**2.6.** Determinam-se as projecções dos pontos **B** e **C** contra-rebatendo os pontos **B<sub>R</sub>** e **C<sub>R</sub>**. Usou-se, para isso, uma recta, **a**, que contém os dois pontos e da qual se fez o contra-rebatimento usando os seus traços **Fa** e **Ha**.

**2.7.** Determinam-se as projecções dos vértices **A'**, **B'** e **C'** da base de maior cota do prisma. Fez-se esta resolução desenhando as arestas laterais com o mesmo comprimento que o eixo **OO'**.

**3. Resultado final.**

Desenham-se as projecções do prisma que tem a aresta **[AB]** invisível na projecção horizontal, e a aresta **[AC]** invisível na projecção frontal.



**3.**

Represente, pelas suas projecções, um prisma triangular regular, situado no 1<sup>o</sup> diedro.

**Dados**

- as bases do prisma estão situadas em planos oblíquos, perpendiculares ao plano bissector dos diedros ímpares (**β<sub>13</sub>**);
- a base **[ABC]** está contida no plano **α**, cujo traço horizontal faz um ângulo de 40°, de abertura para a direita, com o eixo **x**;
- o ponto **A(1; 3; 0)** é um dos vértices da base referida;
- o ponto **O'(3; 10; 9)** é o centro da outra base.

**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10<sup>o</sup> e 11<sup>o</sup> anos de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1<sup>a</sup> FASE  
2011

**Notas**

- As dimensões lineares e angulares indicadas na proposta de resolução servem, apenas, para compreender melhor a resolução e não devem ser colocadas no desenho final.
- Quando se diz, no enunciado do problema, que o eixo axonométrico **y** faz um ângulo com os eixos **x** e **z**, quer dizer-se que esse ângulo é entre a projecção do eixo axonométrico **y** no plano axonométrico e os eixos **x** e **z**.

**3.**

Construa uma representação axonométrica oblíqua (dinogonal), em perspectiva cavaleira, de um sólido composto por uma pirâmide quadrangular oblíqua de base regular e por um cilindro de revolução.

**Dados**

**Sistema axonométrico:**

- o eixo axonométrico **y** faz ângulos de 135° com os eixos axonométricos **x** e **z**;
- as projectantes fazem ângulos de 60° com o plano axonométrico.

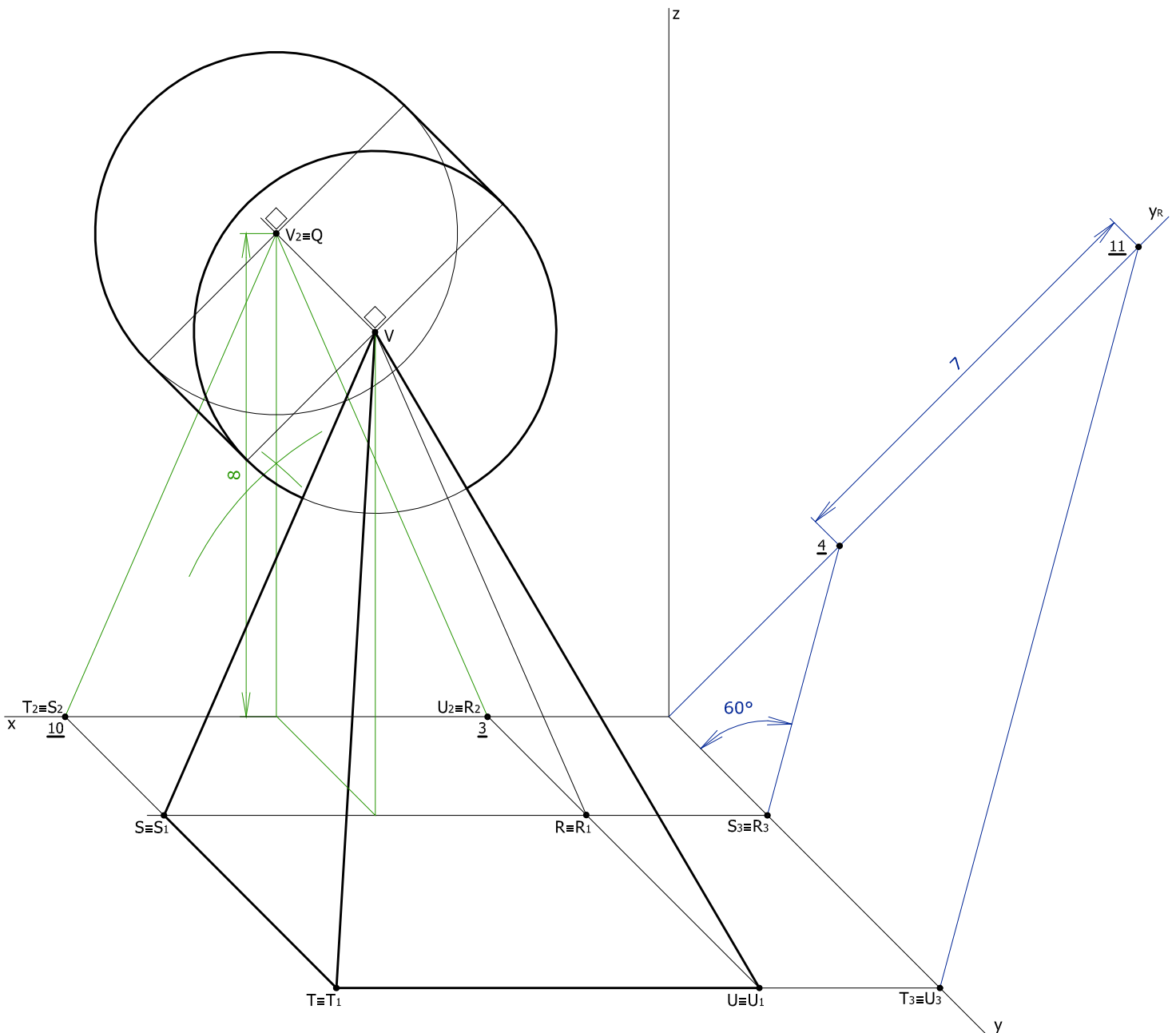
**Nota** - Considere os eixos orientados no sentido directo: o eixo **z**, vertical, orientado positivamente, de baixo para cima, e o eixo **x**, orientado positivamente da direita para a esquerda.

**Pirâmide quadrangular oblíqua de base regular:**

- a base está situada no plano coordenado horizontal **xy**;
- o ponto **R** com 3 de abcissa e 4 de afastamento e o ponto **S** com 10 de abcissa e 4 de afastamento definem a aresta de menor afastamento da base;
- a face **[RSV]** é um triângulo isósceles paralelo ao plano coordenado **zx**;
- o ponto **V** com 8 de cota é o vértice da pirâmide.

**Cilindro de revolução:**

- uma base está contida no plano coordenado frontal **zx**;
- o raio das bases mede 3 cm;
- o ponto **V** é o centro da base de maior afastamento.



**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10º e 11º anos de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1ª FASE  
2011

**3.**

Construa uma representação axonométrica oblíqua (clinogonal), em perspectiva cavaleira, de um sólido composto por uma pirâmide quadrangular oblíqua de base regular e por um cilindro de revolução.

**Dados**

**Sistema axonométrico:**

- o eixo axonométrico **y** faz ângulos de 135° com os eixos axonométricos **x** e **z**;
- as projectantes fazem ângulos de 60° com o plano axonométrico.

**Nota** - Considere os eixos orientados no sentido directo: o eixo **z**, vertical, orientado positivamente, de baixo para cima, e o eixo **x**, orientado positivamente da direita para a esquerda.

**Pirâmide quadrangular oblíqua de base regular:**

- a base está situada no plano coordenado horizontal **xy**;
- o ponto **R** com **3** de abcissa e **4** de afastamento e o ponto **S** com **10** de abcissa e **4** de afastamento definem a aresta de menor afastamento da base;
- a face **[RSV]** é um triângulo isósceles paralelo ao plano coordenado **zx**;
- o ponto **V** com **8** de cota é o vértice da pirâmide.

**Cilindro de revolução:**

- uma base está contida no plano coordenado frontal **zx**;
- o raio das bases mede **3** cm;
- o ponto **V** é o centro da base de maior afastamento.

**- 1. Colocação dos dados.**

- Marcam-se os eixos coordenados respeitando a orientação indicada nos dados: **x** e **z** fazem um ângulo de 90° e **x** e a projecção de **y** no plano axonométrico fazem 135°.
- Os outros dados só pode ser colocado com o desenvolvimento da resolução.

**2. Processo de resolução.**

**Pirâmide.**

- Rebate-se, sobre o plano axonométrico, o plano definido pelo eixo **y** e pela direcção das projectantes, obtendo-se **y<sub>R</sub>**.
- Marcam-se, em **x**, as abcissas dos pontos **R** e **S**, **3** e **10**, respectivamente, obtendo-se **R<sub>2</sub>** e **S<sub>2</sub>**.
- Marcam-se, em **y<sub>R</sub>**, o eixo **y** que se apresenta em verdadeira grandeza, o afastamento do ponto **R** e **S**: **4**. Isto indica que a aresta **[RS]** da base **[RSTU]** da pirâmide, por ter afastamento constante, é paralela ao eixo **x**. E indica, também, que a aresta **[TU]** é, igualmente, paralela ao eixo **x** e terá, por isso, afastamento também constante. Sendo de **7** a dimensão dos lados da base e tendo **[RS]** afastamento **4**, então **[TU]** tem afastamento **11**, dimensão que se marca no eixo **y<sub>R</sub>**.
- Transportam-se os afastamentos **4** e **11** do eixo **y<sub>R</sub>** para o eixo **y** usando a direcção das projectantes. Obtém-se **R<sub>3</sub>**, **S<sub>3</sub>**, **T<sub>3</sub>** e **U<sub>3</sub>**.
- Desenham-se, a partir de **R<sub>2</sub>** e **S<sub>2</sub>**, paralelas a **y**.
- Desenham-se, a partir de **R<sub>3</sub>** e **T<sub>3</sub>**, paralelas a **x**.
- Os cruzamentos das linhas anteriores dão as perspectivas dos quatro vértices da base, os pontos **R**, **S**, **T** e **U**.
- Determina-se a perpendicular a meio de **[R<sub>2</sub>S<sub>2</sub>]** que vai conter a altura do triângulo isósceles **[R<sub>2</sub>S<sub>2</sub>V<sub>2</sub>]**.
- Marca-se, nessa perpendicular, a cota de **8** do vértice **V** e obtém-se **V<sub>2</sub>**. A partir desta projecção determina-se **V** com se indica na resolução apresentada.

**Cilindro.**

- Em **V** desenha-se a circunferência de raio **3** que limita a base de maior afastamento do cilindro.
- Com centro em **V<sub>2</sub>** desenha-se a circunferência que limita a base de menor afastamento do cilindro. Chamou-se **Q** a este ponto.
- Em **Q** e **V** desenharam-se perpendiculares ao eixo **[QV]** do cilindro. Estas perpendiculares definem, nas circunferências das bases, os pontos onde passam as geratrizes do contorno aparente do cilindro.

**3. Resultado final.**

Desenham-se os contornos aparentes do sólido resultante, com se apresenta na resolução. Não se desenharam as linhas invisíveis, tal como se pede no enunciado do problema.

**Notas**

- As dimensões lineares e angulares indicadas na proposta de resolução servem, apenas, para compreender melhor a resolução e não devem ser colocadas no desenho final.
- Quando se diz, no enunciado do problema, que o eixo axonométrico **y** faz um ângulo com os eixos **x** e **z**, quer dizer-se que esse ângulo é entre a projecção do eixo axonométrico **y** no plano axonométrico e os eixos **x** e **z**.

