

**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10º e 11º ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1ª FASE  
2010

**Questão 1**

Determine as projecções da recta **s** perpendicular à recta **r**.

**Dados**

- a recta **r** é definida pelo ponto **A(0; 11; 7)** e pelo seu traco frontal **F** com 7 de abscissa e 2 de cota;
- a recta **s**, concorrente com a recta **r**, contém o ponto **P(0; 5; 2)**.

**0. Fundamento teórico**

Duas rectas são perpendiculares se uma delas pertencer a um plano perpendicular à outra. Por isso, a recta **s** será perpendicular à recta **r** se pertencer a um plano perpendicular à recta **r**.

Assim, a sequência de desenvolvimento da resolução do problema será:

- definir um plano, a que chamaremos **α**, que seja perpendicular à recta **r** e que contenha o ponto **P** (porque a recta **s** pedida contém este ponto);
- determinar o ponto **I** de intersecção entre a recta **r** e o plano **α**;
- definir a recta **s** pelos pontos **P** e **I**.

**1. Colocação dos dados.**

- Marcam-se as projecções do pontos **A**, **F(7; 0; 2)** e **P**.

- Desenham-se as projecções da recta **r**.

**2. Processo de resolução.**

**2.1.** Determinam-se os traços do plano **α** perpendicular à recta **r** e contendo o ponto **P**. Para isso:

**2.1.1.** Desenha-se, a passar no ponto **P**, a recta **f**, frontal, com **f<sub>2</sub>** perpendicular a **r<sub>2</sub>**. (Também se pode usar uma recta horizontal e, neste caso, seria **h<sub>1</sub>** perpendicular a **r<sub>1</sub>**. Os passos seguintes, no desenvolvimento da resolução, teriam as adaptações exigidas por esta opção).

**2.1.2.** Determina-se o traço horizontal da recta **f**.

**2.1.3.** Desenha-se **h<sub>α</sub>**, o traço horizontal do plano **α**, a passar em **H<sub>f1</sub>** e perpendicular a **r<sub>1</sub>**, e determinam-se as projecções do ponto **N**, o ponto de intersecção entre **h<sub>α</sub>** e o eixo **x**.

**2.1.4.** Desenha-se, depois, **f<sub>α</sub>**, o traço frontal desse plano, perpendicular a **r<sub>2</sub>** e a passar em **N<sub>2</sub>**.

**2.2.** Determina-se o ponto **I** de intersecção entre a recta **r** e o plano **α**. Para isso:

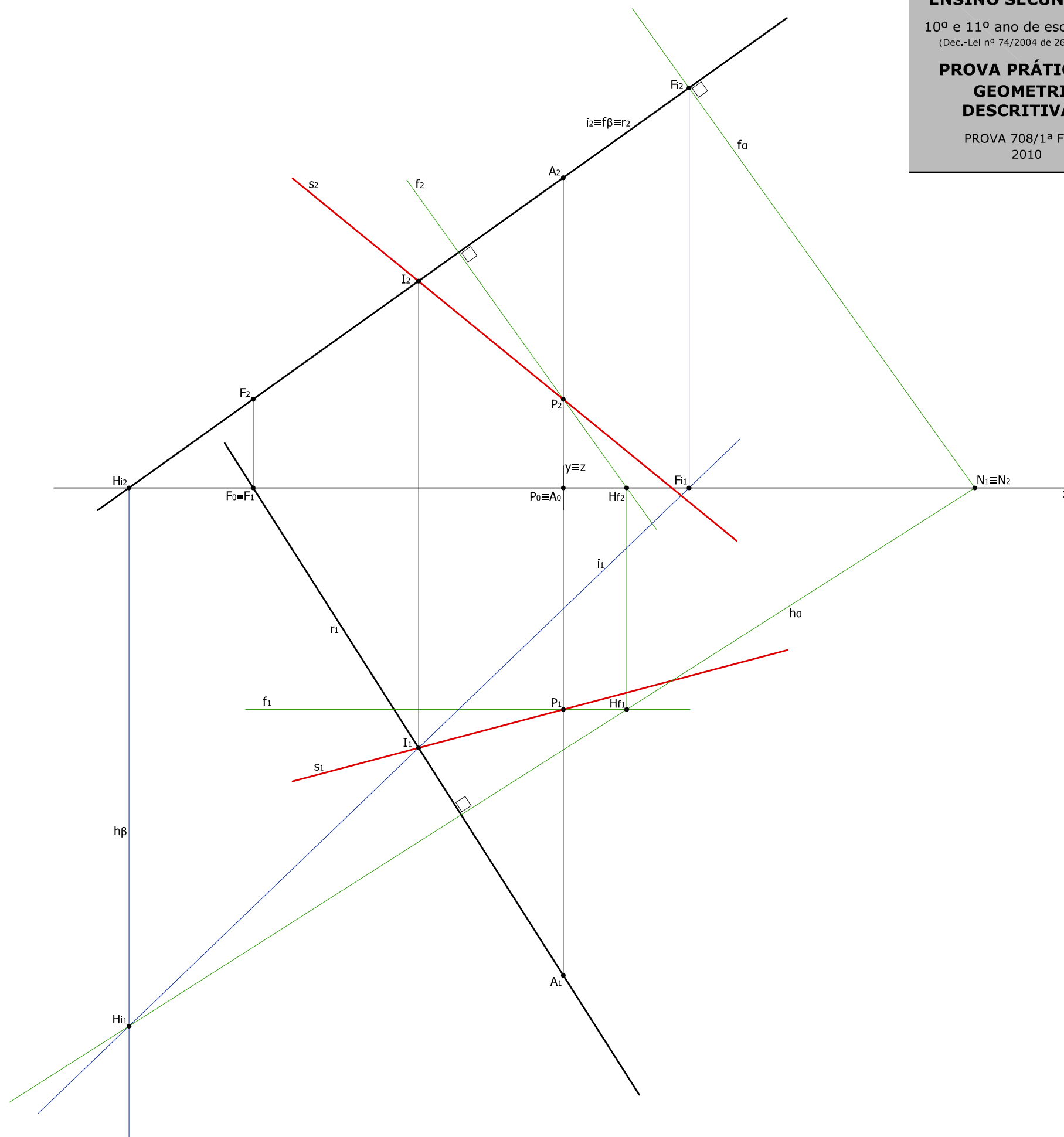
**2.2.1.** Desenha-se o plano auxiliar **β**, de topo, a conter a recta **r**. Este plano está definido pelo seu traço frontal, **f<sub>β</sub>**, e pelo seu traço horizontal, **h<sub>β</sub>**.

**2.2.2.** Determinam-se as projecções dos traços da recta **i**, **H<sub>i</sub>** e **F<sub>i</sub>**, e as projecções desta recta, **i<sub>1</sub>** e **i<sub>2</sub>**. Esta é a recta de intersecção entre os planos **α** e **β**.

**2.2.3.** Determinam-se as projecções, **I<sub>1</sub>** e **I<sub>2</sub>**, do ponto **I**, do ponto de intersecção entre a recta **i** e a recta **r**.

**3. Resultado final.**

Desenam-se as projecções da recta **s** que está definida pelos pontos **I** e **P**.





**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10<sup>o</sup> e 11<sup>o</sup> ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1<sup>a</sup> FASE  
2010

**Questão 1**

Determine as projecções da recta **s** perpendicular à recta **r**.

**Dados**

- a recta **r** é definida pelo ponto **A(0; 11; 7)** e pelo seu traco frontal **F** com **7** de abscissa e **2** de cota;
- a recta **s**, concorrente com a recta **r**, contém o ponto **P(0; 5; 2)**.

**0. Fundamento teórico**

As rectas **r** e **s** pedem-se concorrentes e, por isso, definem um plano. Rebatendo esse plano sobre, por exemplo, o plano horizontal de projecção, passamos a ter, nas figuras rebatidas, a verdadeira grandeza de tudo o que esse plano contém. Podemos desenhar, então, em rebatimento, a recta **s** perpendicular à recta **r**.

Contra-rebatendo outro ponto da recta **s** podemos desenhar, a passar no ponto **P** e nesse ponto, as projecções pedidas da recta **s**.

**1. Colocação dos dados.**

- Marcam-se as projecções dos pontos **A**, **F(7; 0; 2)** e **P**.
- Desenham-se as projecções da recta **r**.

**2. Processo de resolução.**

**2.1.** Determinam-se os traços do plano definido pelo ponto **P** e pela recta **r**. Chamou-se **δ** a esse plano.

**2.1.1.** Desenha-se, a passar no ponto **P**, outra recta do plano **δ** e ficamos com o plano definido por duas rectas concorrentes. Das muitas possibilidades de desenhar essa outra recta, escolhemos desenhar uma recta frontal, **f**, que vai ser concorrente com a recta **r** no ponto **B**.

**2.1.2.** Determinam-se os traços das rectas **f** e **r**, por onde irão passar os traços do plano **δ**. Determinámos, apenas, o traço horizontal de recta **f**, **Hf**, porque o traço frontal da recta **r** é o ponto **F**, um dado do problema.

**2.1.3.** Em **F<sub>2</sub>** desenhámos **fδ**, paralelo a **f<sub>2</sub>**, que vai intersectar o eixo **x** no ponto **K**. Desenha-se, depois, **hδ** a passar em **Hf<sub>1</sub>** e **K**.

**2.2.** Rebate-se o plano **δ** sobre o plano horizontal de projecção. A charneira é, assim, o traço horizontal do plano e, por isso, **hδ ≡ hδ<sub>R</sub>**. O traço frontal rebatido, **fδ<sub>R</sub>**, obtém-se rebatendo **F** e **K**.

**2.3.** Rebate-se a recta **f**. Para isso rebate-se o seu traço horizontal (**Hf<sub>R</sub> ≡ Hf<sub>1</sub>**, porque **Hf** pertence à charneira) e desenha-se **f<sub>R</sub>** paralela a **fδ<sub>R</sub>**.

**2.4.** Rebatem-se os pontos **P** e **B**, que pertencem à recta **f**, desenhando perpendiculares à charneira a partir de, respectivamente, **P<sub>1</sub>** e **B<sub>1</sub>**, e até **f<sub>R</sub>**.

**2.5.** Rebate-se a recta **r** unindo, simplesmente, **B<sub>R</sub>** e **F<sub>R</sub>**.

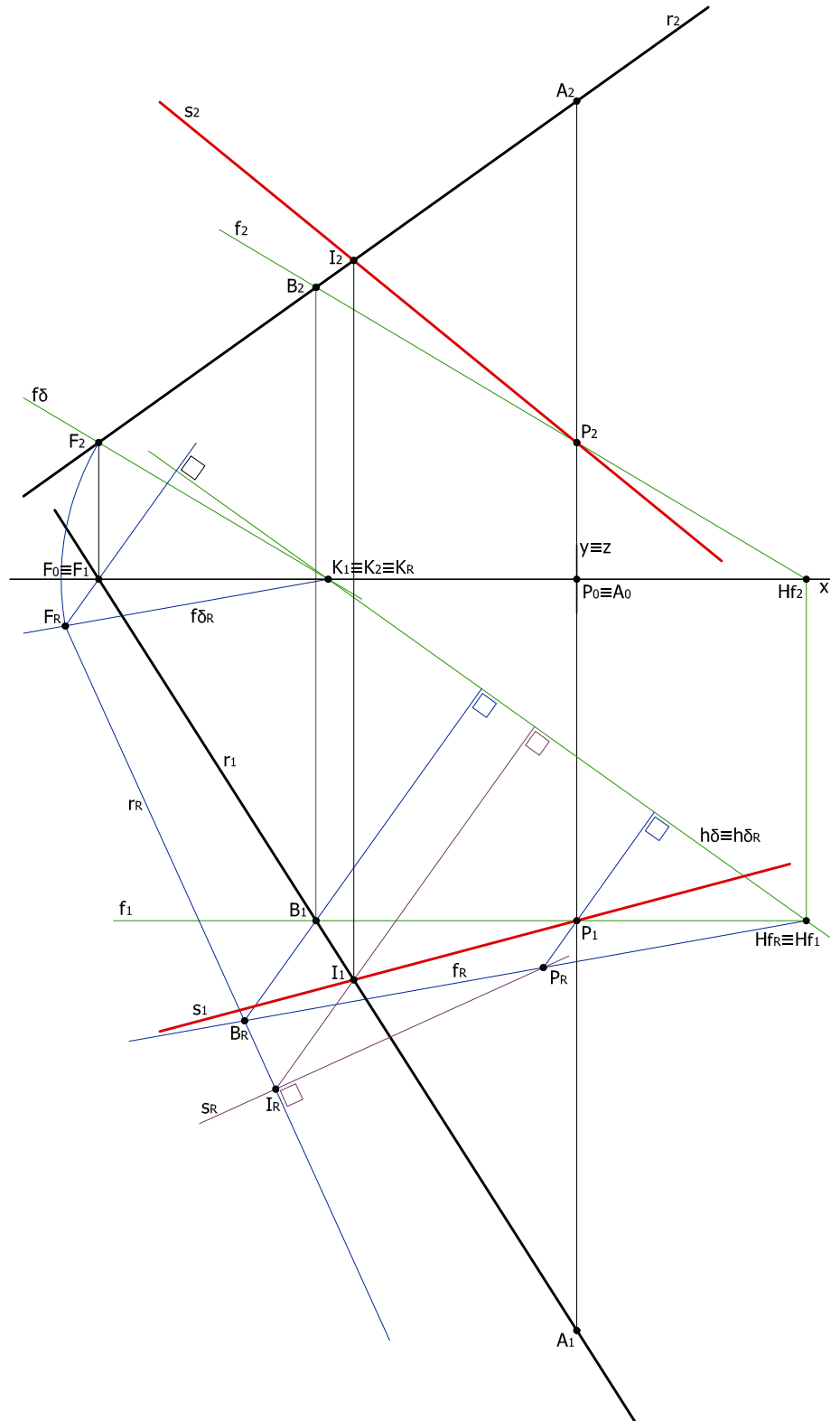
**2.6.** Desenha-se **s<sub>R</sub>**, perpendicular a **r<sub>R</sub>** e a passar em **P<sub>R</sub>**.

**2.7.** Determina-se **I<sub>R</sub>** na intersecção entre **s<sub>R</sub>** e **r<sub>R</sub>**.

**2.8.** Determinam-se, por contra-rebatimento, **I<sub>1</sub>** e **I<sub>2</sub>**, as projecções do ponto **I**.

**3. Resultado final.**

Desenham-se as projecções da recta **s** que está definida pelos pontos **I** e **P**.



**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10<sup>o</sup> e 11<sup>o</sup> ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1<sup>a</sup> FASE  
2010

**Questão 1**

Determine as projecções da recta **s** perpendicular à recta **r**.

**Dados**

- a recta **r** é definida pelo ponto **A(0; 11; 7)** e pelo seu traco frontal **F** com **7** de abscissa e **2** de cota;
- a recta **s**, concorrente com a recta **r**, contém o ponto **P(0; 5; 2)**.

**0. Fundamento teórico**

As rectas **r** e **s** pedem-se concorrentes e, por isso, definem um plano. Colocando esse plano horizontal (ou frontal) passamos a ter, na projecção horizontal (ou frontal), a verdadeira grandeza de tudo o que esse plano contém. Podemos, então, desenhar, na projecção horizontal (ou frontal), a recta **s** perpendicular à recta **r**.

Na resolução apresentada escolhemos colocar horizontal o plano definido pela recta **r** e pelo ponto **P**, usando o processo dos rebatimentos.

**1. Colocação dos dados.**

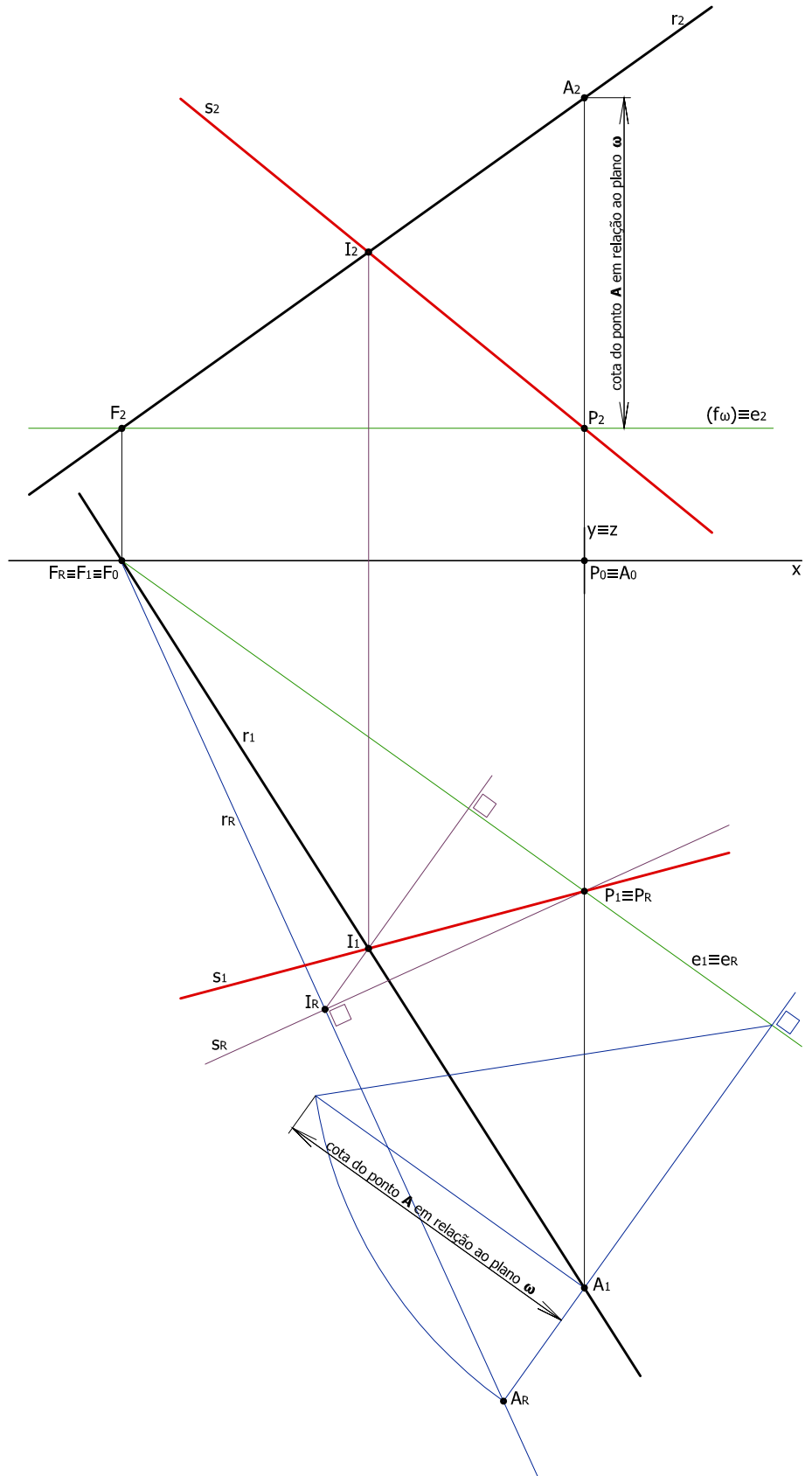
- Marcam-se as projecções dos pontos **A**, **F(7; 0; 2)** e **P**.
- Desenham-se as projecções da recta **r**.

**2. Processo de resolução.**

- 2.1. Desenha-se, a passar no ponto **P**, o plano horizontal  $\omega$  para onde se vai rebater o ponto **P** e a recta **r**.
- 2.2. Determina-se a charneira para o rebatimento: é a recta **e**, definida pelos pontos **P** e **F**, que resulta da intersecção entre o plano  $\omega$  e o plano definido pela recta **r** e pelo ponto **P**.
- 2.3. Rebatem-se o eixo **e**, o ponto **P**, os pontos **A** e **F** e a recta **r**. Só foi necessário usar o triângulo de rebatimento para o ponto **A**.
- 2.4. Desenha-se **s<sub>R</sub>** a passar em **P<sub>R</sub>** e perpendicular a **r<sub>R</sub>**.
- 2.5. Determinam-se **I<sub>R</sub>** na intersecção de **r<sub>R</sub>** com **s<sub>R</sub>**.
- 2.6. Determinam-se, por contra-rebatimento, **I<sub>1</sub>** e **I<sub>2</sub>**, as projecções do ponto **I**.

**3. Resultado final.**

Desenham-se as projecções da recta **s** que está definida pelos pontos **I** e **P**.



**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10º e 11º ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1ª FASE 2010

**Questão 2**

Determine as projecções do triângulo [LMN].

**Dados**

- o triângulo está situado no 1º diedro;
- o ponto **L(4; 2; 4)** é um dos vértices do triângulo;
- lado [LM] é frontal e mede 7 cm;
- lado [MN] é de perfil, tem -1 de abscissa e faz 50º com o plano horizontal de projecção;
- o lado [LN] mede 8 cm;
- o ponto **N** é o vértice de menor cota.

**0. Fundamento teórico**

O triângulo [LMN] assenta num plano, a que chamámos  $\alpha$ , obrigatoriamente oblíquo porque contém uma recta frontal,  $f$ , à qual pertence o lado [LM] do triângulo, e uma recta de perfil,  $p$ , à qual pertence o lado [MN]. Como se percebe, estas rectas são concorrentes no ponto M.

Para desenhar as projecções do triângulo iremos:

- rebater o plano oblíquo,  $\alpha$ , que o contém;
- desenhar o polígono, em rebatimento, na sua verdadeira grandeza;
- por contra-rebatimento, encontrar as projecções da figura.

**1. Colocação dos dados.**

- Marcam-se as projecções do ponto L.
- Desenha-se, a passar em  $L_1$ , a projecção horizontal,  $f_1$ , da recta frontal que suporta o segmento de recta [LM].
- Desenham-se, com abscissa -1, as projecções  $p_1$  e  $p_2$  da recta de perfil  $p$ .

Os restantes dados do problema só podem ser colocados durante o desenvolvimento da resolução.

**2. Processo de resolução.**

**2.1. Determinam-se as projecções do ponto M:**

- $M_1$  na intersecção entre o  $f_1$  e  $p_1$ ;
- $M_2$  sobre  $p_2$ , a 7 cm de  $L_2$  e com cota positiva.

Temos também, agora, a projecção frontal,  $f_2$ , da recta  $f$ .

**2.2. Determinam-se as projecções do traço horizontal,  $H_f$ , da recta  $f$ .**

**2.3. A recta de perfil  $p$  está definida pelo ponto M e pela sua direcção (faz 50º com o plano horizontal de projecção e, para respeitar os outros dados do problema, tem o traço horizontal com afastamento positivo).**

Para determinar o traço frontal,  $F_p$ , e o traço horizontal,  $H_p$ , desta recta desenhou-se o plano  $n$ , de perfil, a contê-la e fez-se o seu rebatimento sobre o plano frontal de projecção ( $p_R$  faz 50º com  $h_{nR}$ ). Determinam-se, assim, os traços, rebatidos, da recta  $p$  e, por contra-rebatimento, determinam-se as projecções destes pontos.

**2.4. O traço horizontal do plano  $\alpha$  que contém o triângulo passa em  $H_f$  e  $H_p$ ; o traço frontal desse plano passa em  $F_p$  e é paralelo a  $f_2$ . Cruzam-se no ponto do K do eixo x.**

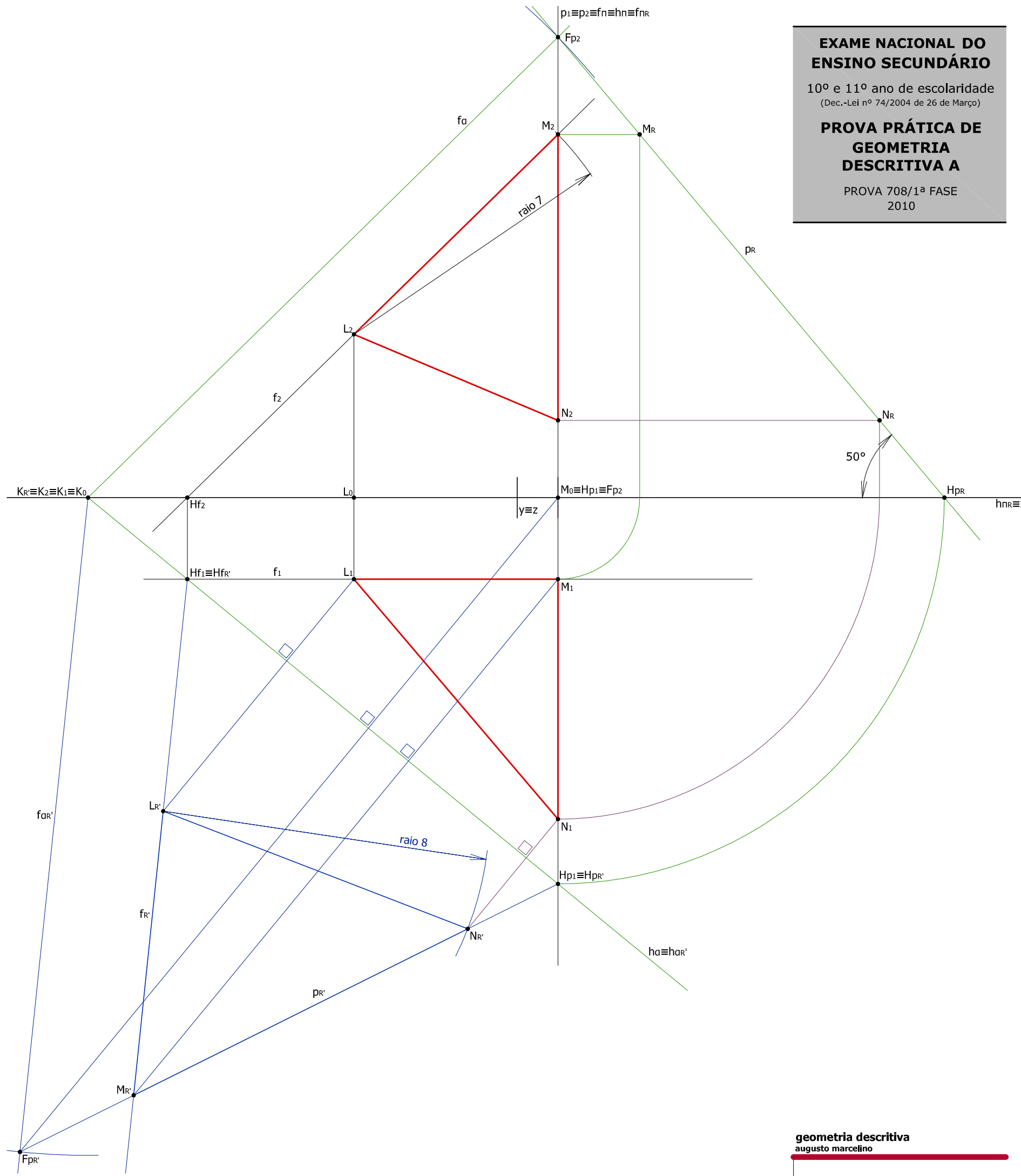
**2.5. Rebate-se, usando  $h\alpha$  como charneira, o plano  $\alpha$ , a recta  $f$ , a recta  $p$ , o ponto L e o ponto M.**

**2.6. Determina-se  $N_R$ , sobre  $p_R$ , a 8 cm de  $L_R$ .**

**2.7. Contra-rebate-se o ponto N obtendo-se, primeiro,  $N_1$  sobre  $p_1$  e, depois,  $N_2$ , passando pela posição  $N_R$  sobre o primeiro rebatimento da recta de perfil.**

**3. Resultado final.**

Desenam-se, a traço grosso, as projecções do triângulo [LMN].



**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10º e 11º ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1ª FASE  
2010

**Questão 2**

Determine as projecções do triângulo [LMN].

**Dados**

- o triângulo está situado no 1º diedro;
- o ponto **L(4; 2; 4)** é um dos vértices do triângulo;
- o lado [LM] é frontal e mede **7 cm**;
- o lado [MN] é de perfil, tem **-1** de abscissa e faz **50°** com o plano horizontal de projecção;
- o lado [LN] mede **8 cm**;
- o ponto **N** é o vértice de menor cota.

**0. Fundamento teórico**

O triângulo [LMN] assenta num plano, obrigatoriamente oblíquo porque contém uma recta frontal, **f**, à qual pertence o lado [LM] do triângulo, e uma recta de perfil, **p**, à qual pertence o lado [MN]. Para desenhar as projecções do triângulo iremos:

- rebater o plano oblíquo que o contém;
- desenhar o polígono, em rebatimento, na sua verdadeira grandeza;
- encontrar, por contra-rebatimento, as projecções da figura.

**1. Colocação dos dados.**

- Marcam-se as projecções do ponto **L**.
- Desenha-se, a passar em **L<sub>1</sub>**, a projecção horizontal, **f<sub>1</sub>**, da recta frontal que suporta o segmento de recta [LM].
- Desenham-se, com abscissa **-1**, as projecções da recta de perfil **p**.

**2. Processo de resolução.**

**2.1.** Determinam-se as projecções do ponto **M**: **M<sub>1</sub>** na intersecção entre o **f<sub>1</sub>** e **p<sub>1</sub>** e **M<sub>2</sub>** sobre **p<sub>2</sub>**, a **7 cm** de **L<sub>2</sub>** e com cota positiva.

Temos também, agora, a projecção frontal, **f<sub>2</sub>**, da recta **f**.

**2.2.** Desenha-se o plano para onde vamos rebater o triângulo: escolhemos o plano horizontal, **ω**, que passa em **L** e, assim, ficaremos, após o rebatimento, com o triângulo em verdadeira grandeza na projecção horizontal. A charneira do rebatimento será a recta **e** definida por **L** e **O**. Deste ponto **O** só temos **O<sub>2</sub>**.

**2.3.** Para determinar a projecção horizontal do ponto **O** desenhou-se o plano **n**, de perfil, a conter **p**, e fez-se o seu rebatimento sobre o plano frontal de projecção (**p<sub>R</sub>** faz 50° com **h<sub>n<sub>R</sub></sub>**). Em **p<sub>R</sub>** marca-se **O<sub>R</sub>** e, por inversão do rebatimento, determinam-se **O<sub>1</sub>**.

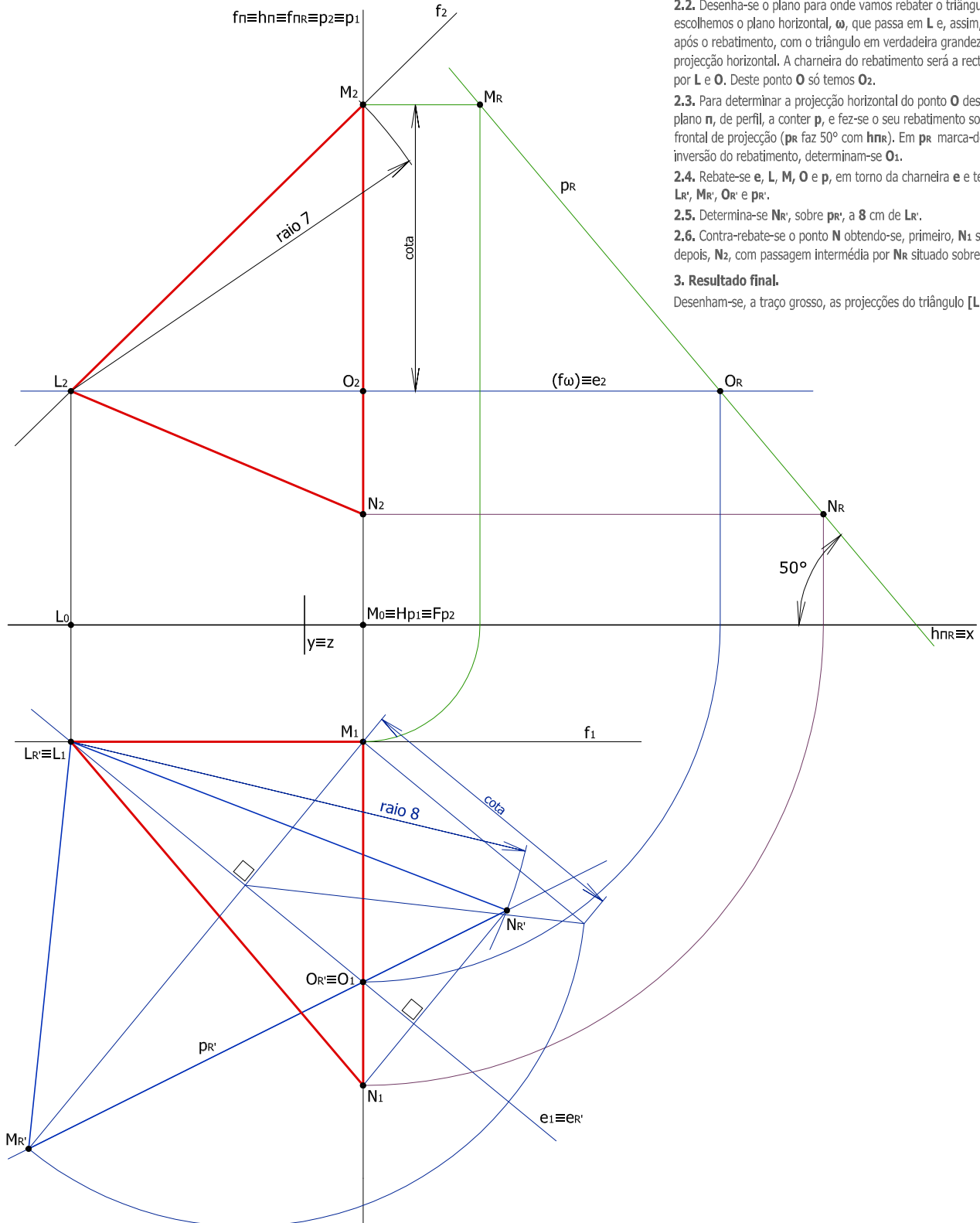
**2.4.** Rebate-se **e**, **L**, **M**, **O** e **p**, em torno da charneira **e** e temos **e<sub>R</sub>**, **L<sub>R</sub>**, **M<sub>R</sub>**, **O<sub>R</sub>** e **p<sub>R</sub>**.

**2.5.** Determina-se **N<sub>R</sub>**, sobre **p<sub>R</sub>**, a **8 cm** de **L<sub>R</sub>**.

**2.6.** Contra-rebate-se o ponto **N** obtendo-se, primeiro, **N<sub>1</sub>** sobre **p<sub>1</sub>** e, depois, **N<sub>2</sub>**, com passagem intermédia por **N<sub>R</sub>** situado sobre **p<sub>R</sub>**.

**3. Resultado final.**

Desenham-se, a traço grosso, as projecções do triângulo [LMN].



**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10º e 11º ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1ª FASE  
2010

**Questão 2**

Determine as projecções do triângulo [LMN].

**Dados**

- o triângulo está situado no 1º diedro;
- o ponto **L(4; 2; 4)** é um dos vértices do triângulo;
- o lado [LM] é frontal e mede 7 cm;
- o lado [MN] é de perfil, tem -1 de abscissa e faz 50º com o plano horizontal de projecção;
- o lado [LN] mede 8 cm;
- o ponto **N** é o vértice de menor cota.

**0. Fundamento teórico**

O triângulo [LMN] assenta num plano, a que chamámos  $\alpha$ , obrigatoriamente oblíquo porque contém uma recta frontal,  $f$ , à qual pertence o lado [LM] do triângulo, e uma recta de perfil,  $p$ , à qual pertence o lado [MN]. Como se percebe, estas rectas são concorrentes no ponto **M**.

Para desenhar as projecções do triângulo iremos:

- rebater, sobre o plano frontal de projecção, o plano oblíquo,  $\alpha$ , que o contém;
- desenhar o polígono, em rebatimento, na sua verdadeira grandeza;
- por contra-rebatimento, encontrar as projecções da figura.

**1. Colocação dos dados.**

- Marcam-se as projecções do ponto **L**.
- Desenha-se, a passar em  $L_1$ , a projecção horizontal,  $f_1$ , da recta frontal que suporta o segmento de recta [LM].
- Desenham-se, com abscissa -1, as projecções  $p_1$  e  $p_2$  da recta de perfil  $p$ .

Os restantes dados do problema só podem ser colocados durante o desenvolvimento da resolução.

**2. Processo de resolução.**

**2.1.** Determinam-se as projecções do ponto **M**:

- $M_1$  na intersecção entre o  $f_1$  e  $p_1$ ;
- $M_2$  sobre  $p_2$ , a 7 cm de  $L_2$  e com cota positiva.

Temos também, agora, a projecção frontal,  $f_2$ , da recta  $f$ .

**2.2.** Determinam-se as projecções do traço horizontal,  $Hf$ , da recta  $f$ .

**2.3.** A recta de perfil  $p$  está definida pelo ponto **M** e pela sua direcção (faz 50º com o plano horizontal de projecção e, para respeitar os outros dados do problema, tem o traço horizontal com afastamento positivo).

Para determinar o traço frontal,  $Fp$ , e o traço horizontal,  $Hp$ , desta recta fez-se a tripla projecção da recta: determinou-se  $M_3$  marcando o afastamento de **M** a partir do eixo  $z$  e desenhou-se, depois,  $p_3$  a fazer 50º com  $x$ . Determinam-se  $Fp_3$  e  $Hp_3$  e, de seguida,  $Fp_2$ ,  $Fp_1$ ,  $Hp_2$  e  $Hp_1$ .

**2.3.** O traço horizontal do plano  $\alpha$  que contém o triângulo passa em  $Hf_1$  e  $Hp_1$ ; o traço frontal desse plano passa em  $Fp_2$  e é paralelo a  $f_2$ . Cruzam-se no ponto **K** do eixo  $x$ .

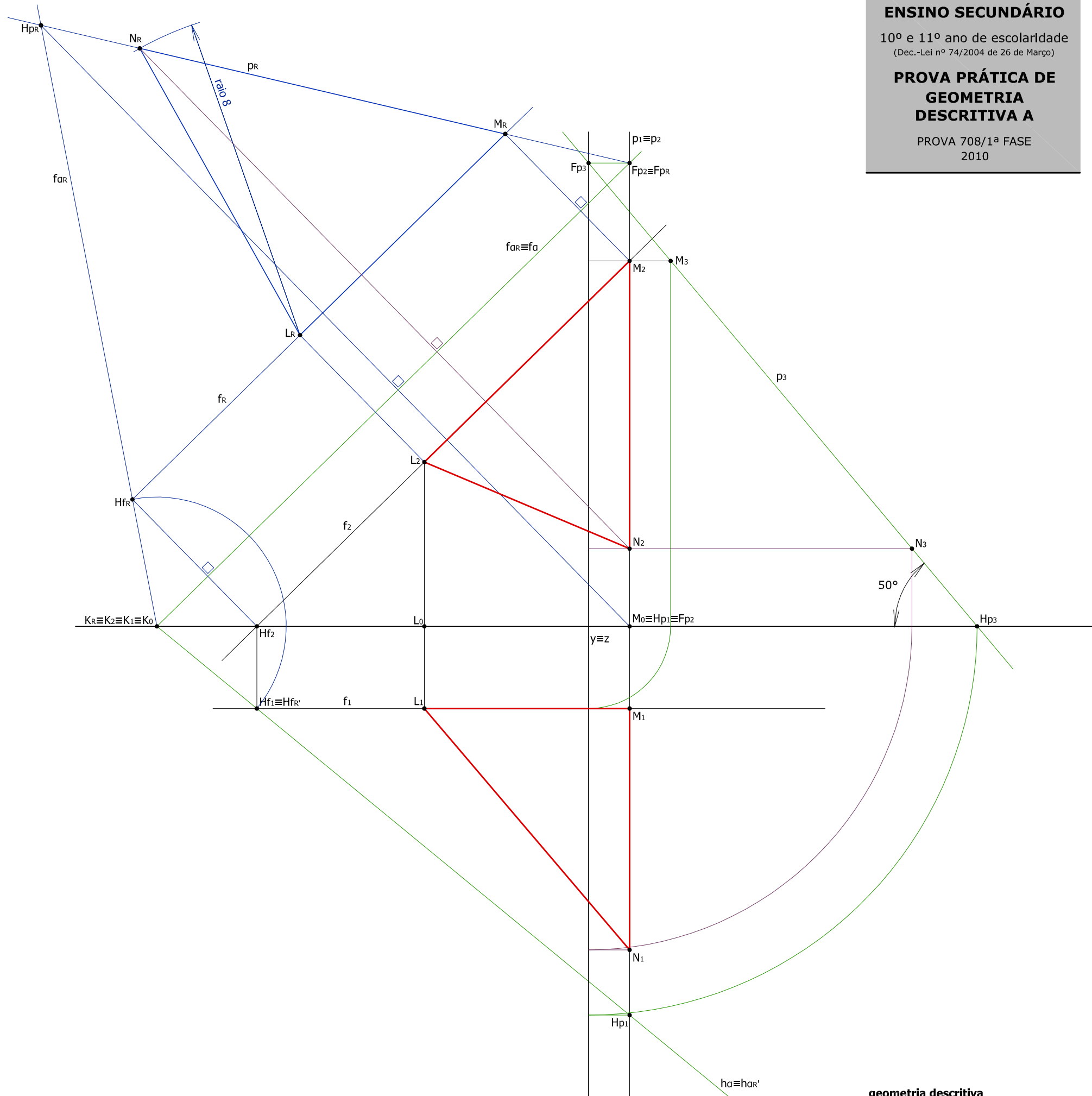
**2.4.** Rebate-se, usando  $fa$  como charneira, o plano  $\alpha$ , a recta  $f$ , a recta  $p$ , o ponto **L** e o ponto **M**.

**2.5.** Determina-se  $N_R$ , sobre  $p_R$ , a 8 cm de  $L_R$ .

**2.6.** Contra-rebate-se o ponto **N** obtendo-se, primeiro,  $N_2$  sobre  $p_2$  e, depois,  $N_3$ , passando pela posição  $N_3$  na terceira projecção  $p_3$  da recta de perfil  $p$ .

**3. Resultado final.**

Desenham-se, a traço grosso, as projecções do triângulo [LMN].



**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10º e 11º ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1ª FASE  
2010

**Questão 3**

Represente, pelas suas projecções, o sólido resultante da secção produzida pelo plano de topo  $\theta$  num cone de revolução, de acordo com os dados abaixo apresentados.

Ponha em destaque, a traço mais forte, a parte do cone delimitada pelo plano secante e pelo plano da base.

Preencha a tracejado a projecção visível da secção.

**Dados**

- a base está contida num plano horizontal;
- o vértice  $V(0; 6; 10)$  e o ponto  $A(5; 6; 2)$  são os extremos de uma das geratrizes do contorno aparente frontal;
- o plano de topo  $\theta$  contém o ponto médio do eixo do cone e é paralelo à geratriz  $[AV]$ .

Utilizou-se, nesta resolução, o método das geratrizes que consiste em:

- desenhar várias geratrizes do cone;
- determinar os pontos de intersecção entre essas geratrizes e o plano secante.

Devem escolher-se, sempre, as geratrizes dos contornos aparentes; e se o plano secionar a base do cone determinam-se, também, os pontos onde o plano secante intersecta a base.

Os pontos da secção são, aqui, referenciados com números cuja ordem indica a sequência pela qual são determinados.

**1. Colocação dos dados.**

- Marcam-se as projecções dos pontos  $A$  e  $V$ .
- Desenha-se, a passar em  $A_2$ , o traço frontal do plano horizontal, a que chamámos  $\omega$ , que contém a base.

O plano secante  $\theta$  só pode ser colocado depois de desenhado o eixo do cone.

**2. Processo de resolução.**

**2.1.** Determinam-se as projecções do ponto  $O$ , traça-se a projecção horizontal da circunferência que limita a base do cone (e que é o contorno aparente horizontal do cone), marcam-se as projecções do ponto  $B$ , o outro extremo do diâmetro fronto-horizontal da base, e desenha-se, por fim, o contorno aparente frontal do sólido:  $[V_2A_2B_2]$ .

**2.2.** Determina-se o ponto médio,  $M$ , do eixo  $[VA]$ .

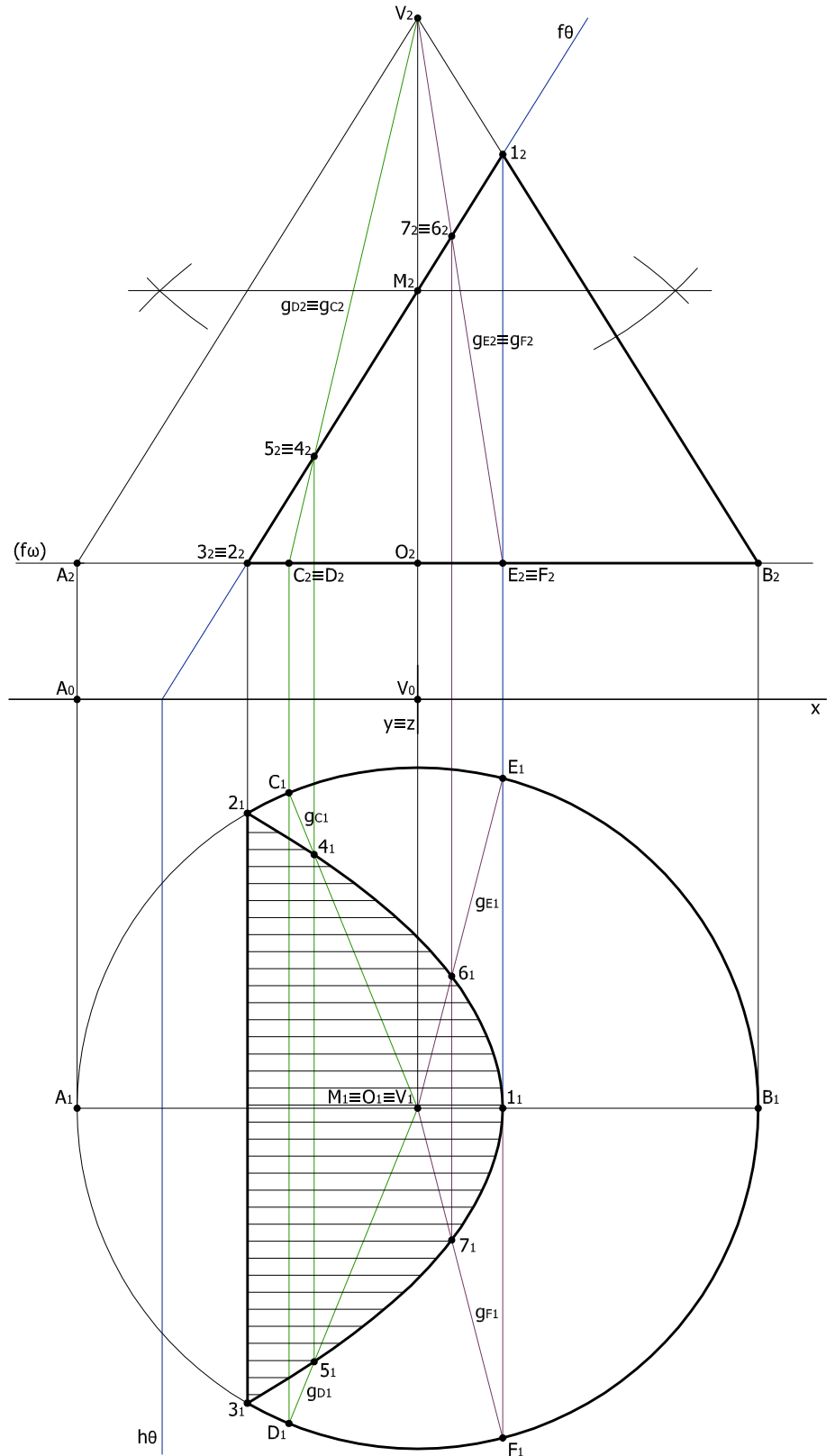
**2.3.** Desenha-se o traço frontal do plano  $\theta$ , paralelo a  $[V_2A_2]$ . Não é necessário o traço horizontal do plano.

**2.4.** Determina-se a intersecção do plano  $\theta$  com a geratriz  $[VB]$ : é o ponto  $1$  da secção.

**2.5.** Determinam-se os pontos de intersecção da circunferência da base com o plano secante  $\theta$ : são os pontos  $2$  e  $3$  da secção.

**2.6.** Desenham-se as geratrizes  $gc$  e  $gd$  que contêm os pontos  $C$  e  $D$  da base. Estas geratrizes são aleatórias mas devem situar-se para a esquerda do eixo. E devem afastar-se da posição de perfil para diminuir os erros de traçado. Determinam-se, depois, os pontos de intersecção destas geratrizes com o plano  $\theta$ : são os pontos  $4$  e  $5$  da secção.

**2.7.** Desenham-se as geratrizes  $ge$  e  $gf$  que contêm os pontos  $E$  e  $F$  da base. Estas geratrizes são, como as



anteriores, aleatórias e devem situar-se, agora, para a direita do ponto  $M$  e afastar-se, também, da posição de perfil para diminuir os erros de traçado. Determinam-se, de seguida, os pontos de intersecção as geratrizes  $ge$  e  $gf$  com o plano  $\theta$ : são os pontos  $6$  e  $7$  da secção.

Por pura comodidade colocaram-se os pontos  $E$  e  $F$  na mesma abscissa do ponto  $1$  da secção.

**3. Resultado final.**

**3.1.** Desenha-se, a traço grosso, a projecção frontal do sólido resultante da secção:  $[1_2 7_2 5_2 3_2 D_2 F_2 B_2 1_2]$ .

**3.2.** Desenham-se, a traço grosso, as partes visíveis do contorno aparente horizontal:

- a projecção do segmento de recta  $[2_1 3_1]$ ;
- a projecção horizontal  $[2_1 4_1 6_1 1_1 7_1 5_1 3_1]$  do segmento de parábola resultante da secção;
- o arco de circunferência  $[2_1 C_1 E_1 B_1 F_1 D_1 3_1]$ .

**3.3.** Preenche-se, com tracejado, a área visível da secção. Esta área é visível, apenas, na projecção horizontal.

**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10º e 11º ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1ª FASE  
2010

**Questão 3**

Represente, pelas suas projecções, o sólido resultante da secção produzida pelo plano de topo  $\theta$  num cone de revolução, de acordo com os dados abaixo apresentados.

Ponha em destaque, a traço mais forte, a parte do cone delimitada pelo plano secante e pelo plano da base.

Preencha a tracejado a projecção visível da secção.

**Dados**

- a base está contida num plano horizontal;
- o vértice  $V(0; 6; 10)$  e o ponto  $A(5; 6; 2)$  são os extremos de uma das geratrizes do contorno aparente frontal;
- o plano de topo  $\theta$  contém o ponto médio do eixo do cone e é paralelo à geratriz  $[AV]$ .

Utilizou-se, nesta resolução, o **método dos planos secantes paralelos à base** que consiste em:

- desenhar vários planos auxiliares paralelos à base do cone;
- determinar as circunferências resultantes das várias secções provocadas no cone por esses planos;
- determinar os pontos de intersecção entre o plano secante e essas circunferências.

Além dos pontos da secção assim determinados, devem determinar-se, também, os pontos onde o plano secante intersecta as geratrizes dos contornos aparentes e onde o plano secante intersecta a base, se esta última situação acontecer.

Os pontos da secção são, no desenho, referenciados com números cuja ordem indica a sequência pela qual são determinados.

**1. Colocação dos dados.**

- Marcam-se as projecções dos pontos  $A$  e  $V$ .
- Desenha-se, a passar em  $A_2$ , o traço frontal do plano horizontal, a que chamámos  $\omega$ , que contém a base.

O plano secante  $\theta$  só pode ser colocado depois de desenhado o eixo do cone.

**2. Processo de resolução.**

**2.1.** Determinam-se as projecções do ponto  $O$ , traça-se a projecção horizontal da circunferência que limita a base do cone (e que é o contorno aparente horizontal do cone), marcam-se as projecções do ponto  $B$  (o outro extremo do diâmetro fronto-horizontal da base) e desenha-se, por fim, o contorno aparente frontal do sólido:  $[V_2A_2B_2]$ .

**2.2.** Determina-se o ponto médio,  $M$ , do eixo  $[VA]$ .

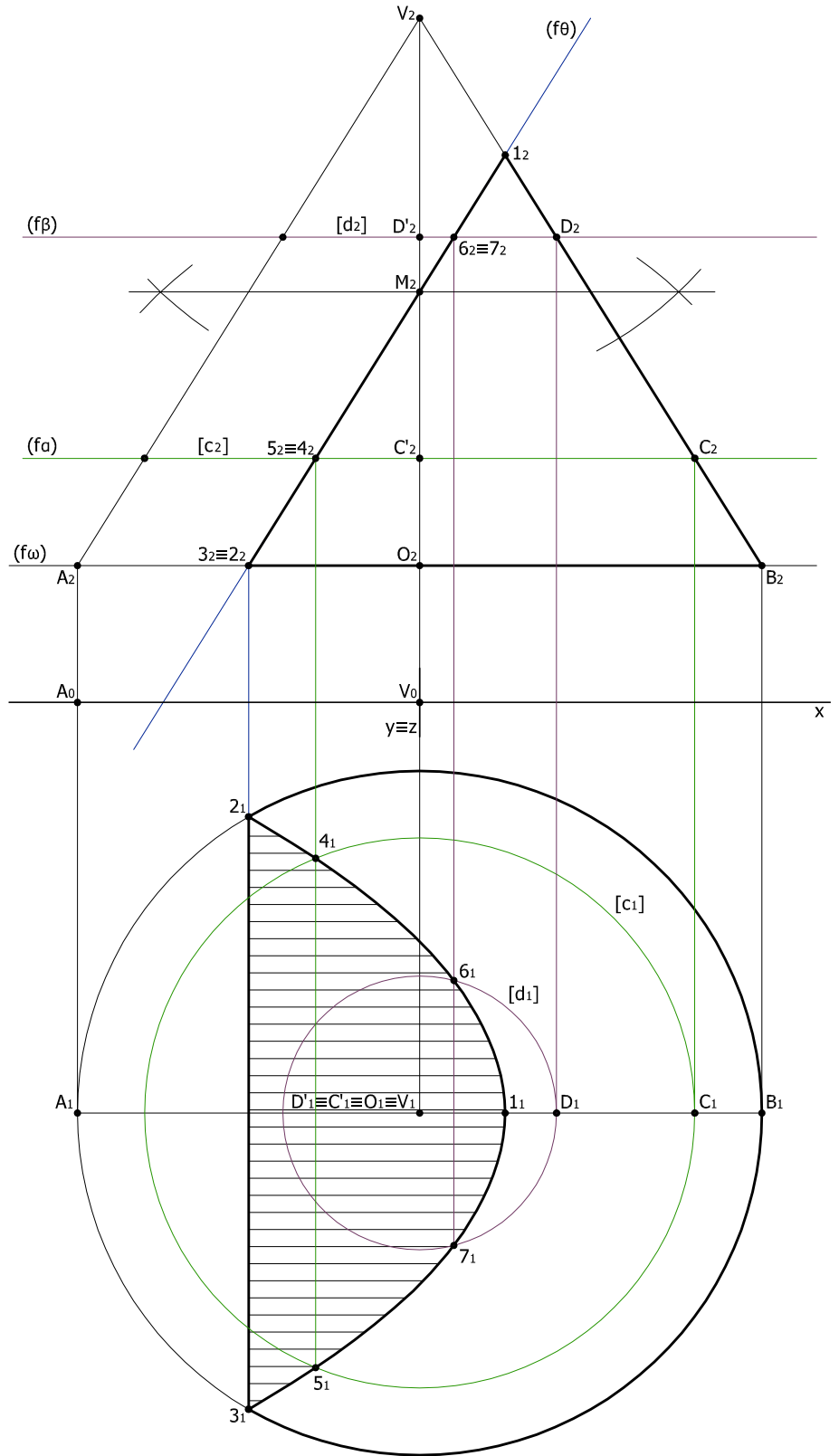
**2.3.** Desenha-se o traço frontal do plano  $\theta$ , paralelo a  $[V_2A_2]$ . Não é necessário o traço horizontal do plano.

**2.4.** Determina-se a intersecção do plano  $\theta$  com a geratriz  $[VB]$ : é o ponto  $1$  da secção.

**2.5.** Determinam-se os pontos de intersecção da circunferência da base com o plano secante  $\theta$ : são os pontos  $2$  e  $3$  da secção.

**2.6.** Desenha-se o plano  $\alpha$ , paralelo ao plano da base do cone, e determinam-se as projecções:

- do ponto  $C'$  onde  $\alpha$  intersecta  $[VO]$ , o eixo do cone;



- do ponto  $C$  onde  $\alpha$  intersecta  $[VB]$ , uma das geratrizes;
- da circunferência  $[c]$ , com raio  $[C'C]$ , que resulta da secção provocada pelo plano  $\alpha$  no cone;
- dos pontos  $4$  e  $5$ , os pontos de intersecção entre o plano secante  $\theta$  e a circunferência  $[c]$ .
- 2.7.** Desenha-se o plano  $\beta$ , paralelo ao plano da base do cone, e determinam-se os pontos  $6$  e  $7$  da secção procedendo de modo semelhante ao descrito em **2.6**, para o plano  $\alpha$ .

**3. Resultado final.**

**3.1.** Desenha-se, a traço grosso, a projecção frontal do sólido resultante da secção:  $[1_2 7_2 5_2 3_2 B_2 1_2]$ .

**3.2.** Desenham-se, a traço grosso, as partes visíveis do contorno aparente horizontal:

- a projecção do segmento de recta  $[2_1 3_1]$ ;
- a projecção horizontal  $[2_1 4_1 6_1 1_1 7_1 5_1 3_1]$  do segmento de parábola resultante da secção;
- o arco de circunferência  $[2_1 B_1 3_1]$ .

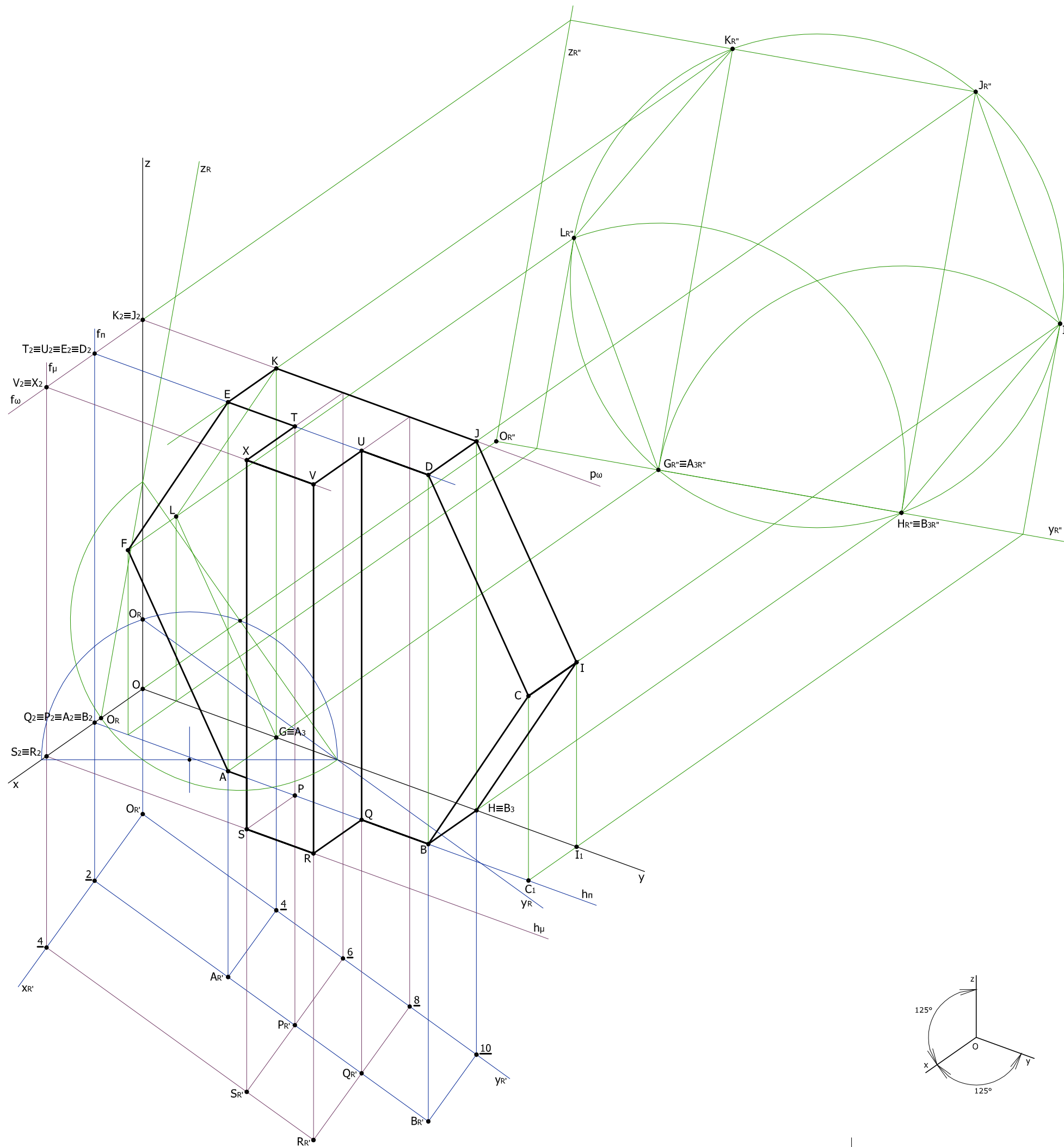
**3.3.** Preenche-se, com tracejado, a área visível da secção. Esta área é visível, apenas, na projecção horizontal.

**EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO**

10º e 11º ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

**PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A**

PROVA 708/1ª FASE  
2010



**Questão 4**

Construa uma representação axonométrica ortogonal de uma forma tridimensional composta por dois prismas regulares, de acordo com os dados abaixo apresentados.

Ponha em destaque, no desenho final, apenas o traçado das linhas visíveis do sólido resultante.

**Dados**

**Sistema axonométrico**

- dimetria: a projecção axonométrica do eixo **x** faz ângulos de 125º com os eixos **y** e **z**.

**Nota** - Considere os eixos orientados em sentido directo: o eixo **z**, vertical, orientado positivamente, de baixo para cima, e o eixo **x**, orientado positivamente da direita para a esquerda.

**Prisma hexagonal regular:**

- duas faces são horizontais;
- a face de menor cota está contida no plano coordenado **xy**;
- o ponto **A** com 2 de abcissa 4 de afastamento e o ponto **B** com 2 de abcissa e 10 de afastamento definem uma aresta dessa face;
- uma das bases está contida no plano coordenado de perfil **yz**.

**Prisma quadrangular regular:**

- uma base está contida no plano coordenado horizontal **xy**;
- o ponto **P** com 2 de abcissa 6 de afastamento e o ponto **Q** com 2 de abcissa e 8 de afastamento definem a aresta de menor abcissa dessa base;
- a outra base está contida no plano da face de maior cota do prisma hexagonal.

Utilizou-se, nesta resolução, o método dos cortes. Das variantes que este método permite, e porque a figura pedida tem dimensões generosas, optou-se por expandir as construções por toda a folha, com o mínimo de sobreposições, para tornar mais fácil a leitura da resolução. Para seguir, na resolução, a sequência dos dados do problema, fez-se o rebatimento, e a respectiva translação, dos planos coordenados **xy** e **yz**.

Dos pontos apresentados na resolução só **A**, **B**, **P** e **Q** têm que manter esta designação porque assim são chamados nos dados; todos os outros podem tomar nomes diferentes dos que a solução indica ou podem, mesmo, não ser identificados com qualquer letra.

**1. Colocação dos dados.**

- Marcam-se os eixos coordenados com os ângulos apresentados.

Os outros dados só pode ser colocado com o desenvolvimento da resolução.

**2. Processo de resolução.**

**2.1.** Rebate-se o plano coordenado **xy** e faz-se a sua translação, ao longo do eixo **z**, para a posição **xR' yR'**.

**2.2.** Marcam-se, no referencial **xR' yR'**, as coordenadas 2 e 4 do ponto **A** e 2 e 10 do ponto **B** e desenham-se **A<sub>R'</sub>** e **B<sub>R'</sub>**. Por contra-rebatimento determinam-se, depois, no referencial **xy**, as perspectivas **A** e **B** destes pontos.

Note-se que **A** e **B** são pontos que pertencem:  
- à face lateral **[ABHG]** do prisma hexagonal, que assenta no plano **xy**;  
- à base **[ABCDEF]** do mesmo prisma, que é paralela ao plano **yz**.

**2.3.** Marcam-se, no eixo **y**, a partir das perspectivas dos pontos **A** e **B**, os pontos **G** e **H** que pertencem à base **[GHIJKL]** assente no plano **yz**.

**2.4.** Rebate-se o plano coordenado **yz** e faz-se a sua translação, ao longo do eixo **z**, para a posição **yR' zR'**.

**2.5.** Colocam-se **G<sub>R'</sub>** e **H<sub>R'</sub>** sobre **yR'** e constrói-se o hexágono correspondente à base que assenta no plano **yz**.  
**2.6.** Faz-se o contra-rebatimento desse hexágono e determina-se a sua perspectiva **[GHIJKL]** no referencial **yz**.

**2.7.** Determina-se a perspectiva **[ABCDEF]** da base do prisma que assenta no plano de perfil **n**.

**2.8.** Marcam-se as coordenadas dos pontos **P** e **Q** no referencial **xR' yR'**. Constrói-se, neste referencial, o quadrado **[P<sub>R'</sub> Q<sub>R'</sub> R<sub>R'</sub> S<sub>R'</sub>]** que corresponde à base de menor cota do prisma quadrangular e determina-se, por contra-rebatimento, a perspectiva **[PQRS]** deste quadrado.

**2.9.** Constrói-se a perspectiva **[TUVX]** da outra base do prisma quadrangular, que se situa no plano horizontal **ω** que contém a face lateral de maior cota do prisma hexagonal.

**3. Resultado final.**

Desenha-se, a traço grosso, as arestas visíveis do sólido final resultante da fusão dos dois prismas.