



## Questão 2

Determine, graficamente, a amplitude do ângulo formado pelas rectas  $r$  e  $s$ .

### Dados:

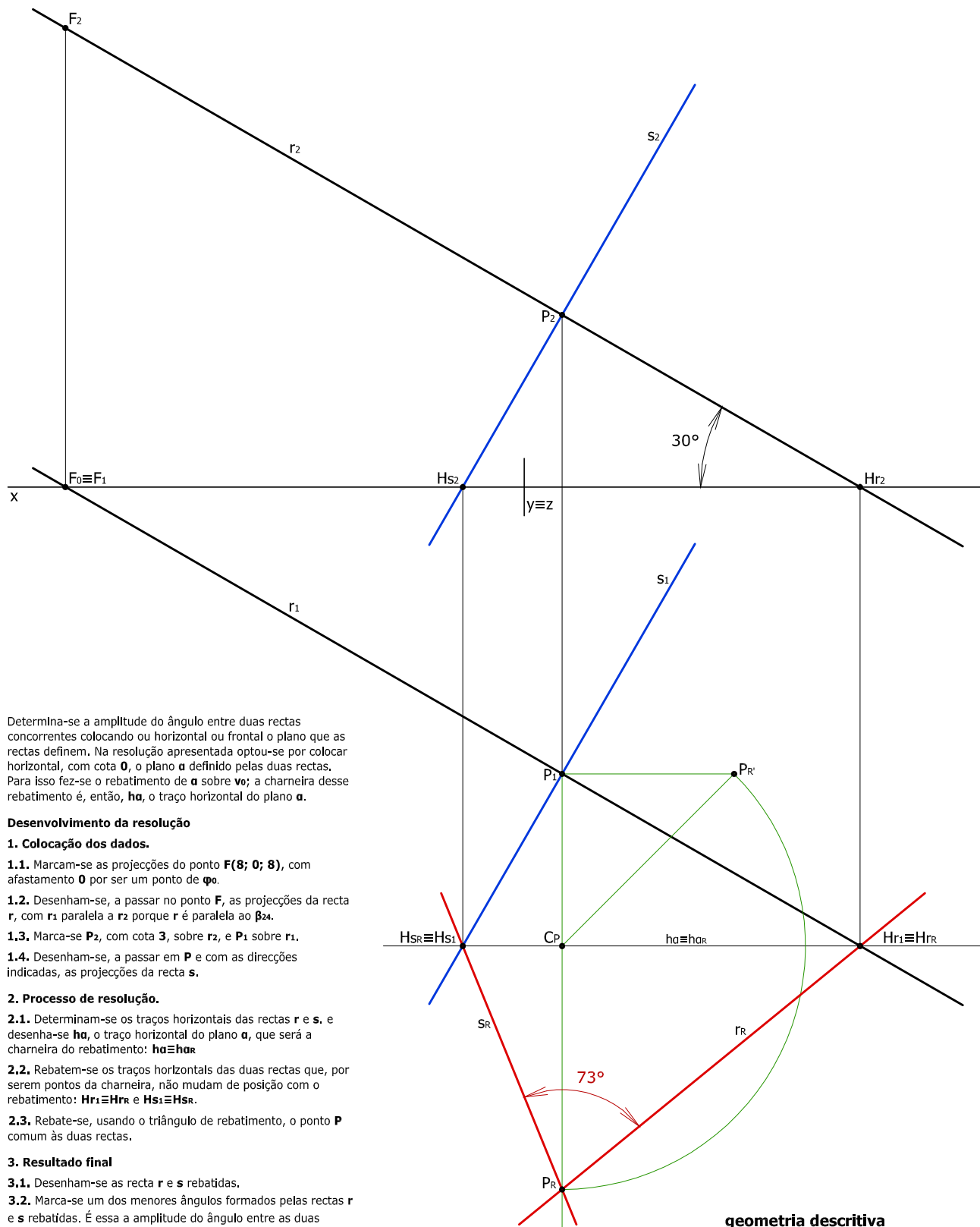
- a recta  $r$  é paralela aos bissectores dos diedros pares ( $\beta_{24}$ );
- a projecção frontal da recta  $r$  faz um ângulo de  $30^\circ$ , de abertura para a esquerda, com o eixo  $x$ ;
- o ponto  $F$ , traço frontal da recta  $r$ , tem  $8$  de abscissa e  $8$  de cota;
- a recta  $s$  é concorrente com a recta  $r$  no ponto  $P$ , com  $3$  de cota;
- as projecções da recta  $s$  são perpendiculares às projecções homónimas de recta  $r$ .

## EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

11<sup>o</sup>/12<sup>o</sup> ano de escolaridade  
(Dec.-Lei nº 74/2004 de 26 de Março)

## PROVA PRÁTICA DE GEOMETRIA DESCRITIVA A

PROVA 708/1<sup>a</sup> FASE  
2009



Determina-se a amplitude do ângulo entre duas rectas concorrentes colocando ou horizontal ou frontal o plano que as rectas definem. Na resolução apresentada optou-se por colocar horizontal, com cota  $0$ , o plano  $\alpha$  definido pelas duas rectas. Para isso fez-se o rebatimento de  $\alpha$  sobre  $vo$ ; a charneira desse rebatimento é, então,  $ha$ , o traço horizontal do plano  $\alpha$ .

### Desenvolvimento da resolução

#### 1. Colocação dos dados.

- 1.1. Marcam-se as projecções do ponto  $F(8; 0; 8)$ , com afastamento  $0$  por ser um ponto de  $\varphi_0$ .
- 1.2. Desenham-se, a passar no ponto  $F$ , as projecções da recta  $r$ , com  $r_1$  paralela a  $r_2$  porque  $r$  é paralela ao  $\beta_{24}$ .
- 1.3. Marca-se  $P_2$ , com cota  $3$ , sobre  $r_2$ , e  $P_1$  sobre  $r_1$ .
- 1.4. Desenham-se, a passar em  $P$  e com as direcções indicadas, as projecções da recta  $s$ .

#### 2. Processo de resolução.

- 2.1. Determinam-se os traços horizontais das rectas  $r$  e  $s$ . e desenha-se  $ha$ , o traço horizontal do plano  $\alpha$ , que será a charneira do rebatimento:  $ha \equiv ha_R$
- 2.2. Rebatem-se os traços horizontais das duas rectas que, por serem pontos da charneira, não mudam de posição com o rebatimento:  $Hr_1 \equiv Hr_R$  e  $Hs_1 \equiv Hs_R$ .
- 2.3. Rebate-se, usando o triângulo de rebatimento, o ponto  $P$  comum às duas rectas.

#### 3. Resultado final

- 3.1. Desenham-se as recta  $r$  e  $s$  rebatidas.
- 3.2. Marca-se um dos menores ângulos formados pelas rectas  $r$  e  $s$  rebatidas. É essa a amplitude do ângulo entre as duas rectas.

### Questão 3

Represente, pelas suas projecções, um **cone de revolução**, de acordo com os dados abaixo apresentados.

Determine a sombra própria do cone e a sua sombra real nos planos de projecção, utilizando a direcção luminosa convencional

Identifique, a traço interrompido, a parte invisível da linha separatriz de luz/sombra, na sombra própria, e a parte oculta do contorno, na sombra projectada.

Identifique as áreas visíveis das sombras própria e projectada, preenchendo-as a tracejado ou com uma mancha de grafite, clara e uniforme.

**Nota:** Se optar pelo tracejado, deverá fazê-lo com linhas paralelas ao eixo  $x$ , nas áreas de sombra própria, e com linhas perpendiculares às respectivas projecções da direcção luminosa, nas áreas de sombra projectada.

#### Dados:

- a base está contida no plano frontal  $\phi$  e tem **4 cm** de raio;
- o centro da base é o ponto **O**, que pertence ao plano bissector dos diedros ímpares ( $\beta_{13}$ ) e tem **2** de abcissa e **8** de afastamento;
- o vértice é o ponto **V**, com **1 cm** de afastamento.

#### Desenvolvimento da resolução

##### 1. Colocação dos dados.

**1.1.** Marcam-se as projecções do ponto **O** com abcissa **2**, afastamento **8** e, como pertence ao  $\beta_{13}$ , cota **8**.

**1.2.** Desenha-se  $h\phi$ , o traço horizontal do plano frontal que contém a base do cone.

**1.3.** Desenharm-se as projecções do vértice do cone **V(2; 1; 8)**: como é um cone de revolução e a base é frontal, o seu eixo **[VO]** é de topo.

**1.3.** Marca-se uma recta, **d**, indicativa da direcção luminosa convencional.

##### 2. Processo de resolução.

###### 2.1. Contornos aparentes do cone 2.1.1.

Desenharm-se as projecções da circunferência circunscrita à base: na sua dimensão real na projecção frontal e com a forma do segmento de rectas **[AB]** na projecção horizontal.

**2.1.2.** Desenharm-se, a traço grosso, os contornos aparentes do cone: o contorno aparente frontal é a própria circunferência circunscrita à base e o contorno aparente horizontal tem a forma do triângulo **[ABC]**.

###### 2.2. Determinação da separatriz e da sombra própria

**2.2.1.** Desenharm-se, a passar em **V**, as projecções da recta **dv**, paralela à direcção luminosa.

**2.2.2.** Determinam-se as projecções do ponto **I** de intersecção entre a recta **dv** e o plano  $\phi$  que contém a base. Como  $\phi$  é frontal, **I<sub>1</sub>** está directamente na intersecção entre **dv<sub>1</sub>** e **h $\phi$** .

**2.2.3.** Desenharm-se, a passar em **dv**, as rectas **t** e **u** tangentes à directriz. Para isso executa-se a construção geométrica do traçado de tangentes a uma circunferência a passar num ponto exterior e temos, com rigor, os pontos de tangência das rectas na directriz.

**2.2.4.** Marcam-se as projecções dos pontos **T** e **U**, os pontos onde as rectas **t** e **u** são tangentes à directriz. Estes pontos definem os extremos das geratrizes da separatriz **[VT]** e **[VU]**.

**2.2.5.** Desenharm-se, atendendo à sua visibilidade, as geratrizes **[VT]** e **[VU]** da separatriz que nos **definem os limites da sombra própria**. Esta sombra só é visível na área **[V<sub>1</sub>U<sub>1</sub>B<sub>1</sub>]**.

**2.2.6.** Define-se a linha separatriz que val possibilitar a determinação da sombra projectada: **[VUBTV]**. Esta linha é constituída por dois segmentos de recta, **[VT]** e **[VU]**, e por um segmento de circunferência, o arco **UBT**.

###### 2.3. Determinação da sombra projectada

**2.3.1.** A sombra projectada é limitada pela sombra da separatriz **[VUBTV]**. A determinação da sombra da separatriz deve ser feita a partir das partes que constituem esta linha mista: primeiro a sombras dos segmentos de recta **[VT]** e **[VU]** e, depois, a sombra do arco **UBT**.

**2.3.2.** A sombra dos segmentos de recta **[VT]** e **[VU]** faz-se determinando as sombras dos pontos **V**, **T** e **U**.

A sombra de **[VU]** situa-se, toda, no plano frontal de projecção e é o segmento de recta **[Vs<sub>2</sub>Us<sub>2</sub>]**, invisível na parte situada para trás da directriz.

A sombra de **[VT]**, tem uma parte no plano frontal de projecção e outra parte no plano horizontal porque cada um dos seus extremos tem sombra num plano de projecção. Para se determinar o ponto de quebra, fez-se a sombra virtual, **T<sub>v</sub>**, do ponto **T**: **[TvVs<sub>2</sub>]** dá, quando intersecta  $x$ , o ponto de quebra da sombra deste segmento de recta.

**2.3.3.** O arco **UBT** tem uma parte da sombra em  $\phi_0$  e outra  $v_0$  porque os seus extremos têm sombras neste planos: a sombra a partir de **U** é em  $\phi_0$  e a sombra a partir de **T** é em  $v_0$ .

Como a directriz é paralela a  $\phi_0$ , a sua sombra neste plano é um arco de circunferência com centro na sombra de **O** em  $\phi_0$ . Determina-se, por isso, a sombra do centro da directriz, **Os<sub>1</sub>Os<sub>2</sub>**, e desenha-se um arco de raio igual ao da directriz até ao eixo  $x$ . Este arco passa em **Us<sub>2</sub>**, é tangente a **[Vs<sub>2</sub>Us<sub>2</sub>]** e intersecta  $x$  no ponto de quebra, **Bs**.

Para determinar a sombra do arco projectada em  $v_0$ , que é um ramo de elipse, marcam-se, entre **B** e **T**, os pontos **E**, **D** e **C** e a sombra será a sombra do arco **BEDCT**.

Para maior rigor no traçado do ramo de elipse **BsEsDsCsTs** pode desenharm-se o rectângulo **[ABGF]** e determinar-se a sua sombra: o ramo de elipse ficará contido neste rectângulo.

##### 3. Resultado final

O resultado final, a sombra própria e projectada do cone, foi sendo obtido ao longo da execução descrita.

Para a **sombra própria** temos, agora, que:

- desenhar a traço interrompido as projecções invisíveis das geratrizes da separatriz, **[V<sub>2</sub>T<sub>2</sub>]**, **[V<sub>2</sub>U<sub>2</sub>]** e **[V<sub>1</sub>T<sub>1</sub>]**, e a traço continuo grosso, a projecção visível **[V<sub>1</sub>U<sub>1</sub>]**;

- preencher a área visível da sombra.

Para a **sombra projectada** temos que:

- desenhar o limite desta sombra constituído pela linha mista **Vs<sub>2</sub>Us<sub>2</sub>Bs<sub>2</sub>Es<sub>2</sub>Ds<sub>2</sub>Cs<sub>2</sub>Ts<sub>2</sub>Qs<sub>2</sub>Vs<sub>2</sub>**, assinalando a parte invisível a traço interrompido;

- preencher a área visível desse limite.

